Examen modelo 1 de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 1 de 2000 - Opción A

Ejercicio 1. (a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por los semiejes positivos de coordenadas y las curvas $y = x^2 + 1$, $y = 2/x$ e $y = x - 1$.
(b) [1'5 puntos] Halla el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula a y b sabiendo que la función f: R → R definida por f(x) = $\begin{cases} ax + 5x^2 & \text{si } x \le 2 \\ \dfrac{a}{x} + bx & \text{si } x > 2 \end{cases}$ sea derivable.

Ejercicio 3. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula los siguientes determinantes y enuncia las propiedades que utilices:

(a) [1 punto] $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 15c \\ d & e & 5f \\ g & h & 5i \end{vmatrix}$. (b) [1'5 puntos] $\begin{vmatrix} a+2b & c & b \\ d+2e & f & e \\ g+2h & h & i \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la distancia entre el origen de coordenadas y la recta intersección de los planos de ecuaciones respectivas $x+y+2z = 4$ y $2x-y+z = 2$.

Modelo 1 de 2000-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos de 40 kilómetros de perímetro calcula las dimensiones del que tiene área máxima.

Ejercicio 2. (a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por la curva $y =(9 - x^2)/4$, la recta tangente a esta curva en el punto de abscisa x = 1 y el eje de abscisas.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico del (1,-3,7) respecto de la recta dada por las ecuaciones $x - 1 = y + 3 = (z-4)/2$.

Ejercicio 4. Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$.
(a) [1 punto] Halla todos los valores del parámetro λ para os que el sistema correspondiente tiene infinitas soluciones.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema para los valores de λ en el apartado anterior.
(c) [0'5 puntos] Discute el sistema para los restantes valores de λ .

Examen modelo 2 (Sept.) de sobrantes de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 2 (Sept.) de sobrantes de 2000 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] considera la función f: R → R definida por $f(x)=2+x-x^2$. Calcula α , α < 2 de forma que $\int_{\alpha}^{2} f(x)\,dx = 9/2$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x \to 0} [x\,sen(x)] / tg(x^2)$

Ejercicio 3. (a) [1'5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (0,2), (0,-2) y (-1,1).
(b) [1 punto] Determina los valores de "m" tales que el punto (3,m) esté en la circunferencia determinada en (a).

Ejercicio 4. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x+2y-5z &= 1 \\ 4x+y-2z &= 3 \\ 2x-3y+az &= b \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema tiene infinitas soluciones
(b) [1 punto] Resuelve el sistema resultante.

Modelo 2 (Sept.) de sobrantes de 2000 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina el valor de las constantes a, c y c sabiendo que la gráfica de la función f: R → R definida por $f(x) = x(ax^2+bx+c)$ tiene un punto de inflexión en (-2,12) y que en dicho punto la recta tangente tiene por ecuación 10x+y+8 = 0.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula el valor de α, positivo, para que el área encerrada por la curva $y = \alpha x - x^2$ y el eje de abscisas sea 36. Representa la curva que se obtiene para dicho valor de α .

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Calcula el punto de la recta de ecuaciones (z-1) = (y+2)/2 = (z+1)/(-3) mas cercano al punto A=(1,-1,1).

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & 3 \\ 4 & 1 & -b \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Determina para que valores del parámetro b existe A^{-1}.
(b) [1'5 puntos] Calcula A^{-1} para b=2.

Examen modelo 3 (Junio) de sobrantes de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3 (Junio) de sobrantes de 2000 - Opción A

Ejercicio 1.
(a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por las curvas $y=e^{x+2}$, $y=e^{-x}$ y $x=0$
(b) [1'5 puntos] Halla el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 2.
Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde un determinado punto. La altura en metros alcanzada al cabo de *t* segundos, viene dada por $h(t) = 5-5t-5e^{-2t}$
(a) [1'5 puntos] Calcula el tiempo transcurrido hasta alcanzar la altura máxima y el valor de ésta.
(b) [1 punto] Teniendo en cuenta que la velocidad es $v(t)=h'(t)$, halla la velocidad al cabo de 2 segundos.

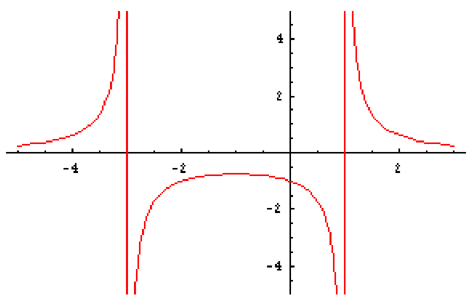
Ejercicio 3.
[1'5 puntos] Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A=(1,6) y B=5,2) y tiene su centro sobre la recta y=2x

Ejercicio 4.- [1'5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, calcula $(A^tA^{-1})^2A$.

Modelo 3 (Junio) de sobrantes de 2000 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se dispone de 2888.000 pts. Para vallar un terreno rectangular colindante con un camino recto. Si el precio de la valla que ha de ponerse en el lado del camino es de 800 pts/metro y el de la valla de los restantes lados es de 100 pts/metro, ¿cuáles son las dimensiones y el área del terreno rectangular de área máxima que se puede vallar?

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina a, b y c para que la curva $y = \dfrac{a}{x^2+bx+c}$ sea la siguiente



Ejercicio 3. Los puntos A=(3,3,5) y B=(3,3,2) son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. El vértice C consecutivo de B está en la recta de ecuaciones $x = \dfrac{y-6}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$
(a) [1'75 puntos] Determina el vértice C. (b) [0'75 puntos] Determina el vértice D.

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Halla todos los valores de λ para los que la matriz A no tiene inversa
(b) [1'5 puntos] Tomando $\lambda=1$, resuelve el sistema escrito en forma matricial

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Examen modelo 4 de sobrantes de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2000 - Opción A

Ejercicio 1. Considera la función f: R → R definida por f(x) = $\begin{cases} \dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$
(a) [1'5 puntos] Calcula los límites laterales de f en x = 0. ¿Es continua f en x=0?
(b) [1 punto] Calcula el valor de la derivada fe f en x = 1.

Ejercicio 2. Considera la función f: R → R definida por f(x) = $(1+x)e^x$.
(a) [1'5 puntos] Calcula $\int$ f(x)dx.
(b) [1 punto] Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto (0,3).

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla las ecuaciones de la recta que se apoya perpendicularmente en las rectas r y s definidas respectivamente por x-1 = y-2 =(x-1)/(-2) ; (x-4)/(-1) = (y+1)/3 = z/2

Ejercicio 4.- Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, X = $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y U = $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$
(a) [0'75 puntos] Halla los valores de x e y tales que AX = U.
(b) [0'75 puntos] Halla la matriz A^{-1} y calcula A^{-1}U.
(c) [1 punto] Encuentra los posibles valores de m para que los vectores A× $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ sean linealmente dependientes.

modelo 4 de sobrantes de 2000 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina una función polinómica de grado 3 sabiendo que verifica que alcanza un máximo en x=1, que su gráfica pasa por el punto (1,1) y que la recta de ecuación y = x es tangente a su gráfica en el punto de abscisa x=0.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula la siguiente integral definida $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4x+3}$ ¿Qué representa geométricamente?

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Calcula el volumen de un cubo sabiendo que dos de sus caras están, respectivamente, en los planos 2x-2y+z-1=0 y 2x-2y+z-5=0.

Ejercicio 4. Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+\lambda y+(\lambda-1)z = 1 \\ y+z = 1 \\ 2x+y-z = -3 \end{cases}$.
(a) [1 punto] Halla todos los posibles valores del parámetro λ para los que el sistema correspondiente tiene al menos dos soluciones distintas.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema para los valores de λ en el apartado anterior.
(c) [0'5 puntos] Discute el sistema para los restantes valores de λ .

Examen modelo 5 de sobrantes de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 5 de sobrantes de 2000 - Opción A

Ejercicio 1. [2,5 puntos] Calcula el valor de la integral $\int_{-1}^{3} (x^2+5)e^{-x}\,dx$.

Ejercicio 2. . Sea *f* la función definida para $x \neq 2$ por $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$
(a) [1 punto] Halla las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos locales de f..
(c) [0'5 puntos] Teniendo en cuenta los resultados de los apartados anteriores, haz un esbozo de la gráfica de f.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Discute y resuelve el siguiente sistema según los valores de λ :

$$\begin{cases} x+\lambda y+z = 0 \\ \lambda x+y+z = 0 \\ x+y+\lambda z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico del punto P(1,2,-2) respecto al plano de ecuación 3x+2y+z-7=0.

modelo 5 de sobrantes de 2000 - Opción B

Ejercicio 1. Se ha observado que en una carretera de salida de una gran ciudad la velocidad de los coches entre las 2 h. y las 6 h. De la tarde viene dada por $v(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + 8$ para t Î [2,6].
(a) [1'25 puntos] ¿A que hora circulan los coches con mayor velocidad? Justifica la respuesta.
(b) [1'25 puntos] ¿A que hora circulan los coches con menor velocidad? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2. Considera las funciones f, g : R → R definidas por $f(x) = 6 - x^2$, $g(x) = |x|$, $x \in R$
(a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por las gráficas de f y g.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $A^{2\times} X = 2B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano cuyo punto mas próximo al origen es (-1,2,1).

Examen modelo 6 de sobrantes de 2000

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2000 - Opción A

Ejercicio 1. [2,5 puntos] Sea F: $R^+ \to R$ la función definida por $F(x) = \int_0^x (2t+\sqrt{t})\,dt$.
(a) [1'5 puntos] Determina F(1).
(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Una empresa quiere fabricar vasos de cristal de forma cilíndrica con una capacidad de 250 centímetros cúbicos. Para utilizar la mínima cantidad de cristal, se estudian las medidas apropiadas para que la superficie total del vaso sea mínima. Cuales deben se dichas medidas? Justifica la respuesta.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determinar los puntos de la recta de ecuaciones $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{2}$ que equidistan de los planos de ecuaciones 3x+4y - 1=0 y 4x-3z - 1=0.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones escrito en forma matricial $\begin{pmatrix} b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.
(a) [1'5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro b.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

modelo 6 de sobrantes de 2000 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea f : R → R la función definida en la forma $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} & si \quad x \le -2 \\ 0 & si \quad -2 < x \le 1 \\ \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} & si \quad 1 < x \end{cases}$.
Estudia la derivabilidad de f.

Ejercicio 2. Considera las funciones f, g : $[0,2\pi] \to R$ definidas por f(x) = 2sen(x) y g(x) = sen(2x)
(a) [1 punto] Dibuja la región del plano limitada por las gráficas de f y g.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto de intersección de las rectas de ecuaciones respectivas 2x - y - 4 = 0 y x - 2y +3=0, y es tangente a la recta x - 3y +3 = 0. Calcula el punto de tangencia.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Un mayorista de café dispone de tres tipos base, Moka, Brasil y Colombia, para preparar tres tipos de mezcla, A, B y C, que envasa en sacos de 60 Kg. Con los siguientes contenidos en kilos y precios del kilo en euros:

	Mezcla A	Mezcla B	Mezcla C
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio(cada Kg.)	4	4'5	4'7

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, cual es el precio de cada uno de los tipos de café.

Examen modelo 1 de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 1 de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. Se quiere dividir la región encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$ en dos regiones de igual área mediante la recta $y = a$. Halla el valor de a

---

Ejercicio 2. Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \dfrac{2x^2}{x-1}$
(a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f.
(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f

Ejercicio 3. [2'5 puntos] De las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ determina cuáles tienen inversa y en los casos en que exista, calcula el determinante de dichas matrices.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el centro y el radio de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, tiene su centro en el semieje positivo de abscisas y es tangente a la recta de ecuación $x + y = 1$

Modelo 1 de 2001-Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 5x+10 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$
(a) [1 punto] Esboza la gráfica de f
(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta $x = 3$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, calcula $\lim_{x\to 1} \left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\text{Ln}(x)} \right)$.

Ejercicio 3. Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & a & 2 \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Determina el rango de A en función del parámetro a.
(b) [0'75 puntos] Discute en función de a el sistema, dado en forma matricial AX = B.
(c) [0'75 puntos] Resuelve AX = B en los casos en que sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos A(1,0,3), B(3,-1,0), C(0,-1,2) y D(a, b,-1). Halla a y b sabiendo que la recta que pasa por A y B corta perpendicularmente a la recta que pasa por C y D

Examen modelo 2 (junio) de sobrantes de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 2 de sobrantes de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. Sea f: R → R la función dada por $f(x) = |8 - x^2|$.
(a) [1 punto] Esboza la gráfica y halla los extremos relativos de f (dónde se alcanzan y cuáles son sus respectivos valores).
(b) [1'5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta tangente a la misma en el punto de abscisa x = -2.

Ejercicio 2. Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, considera la función f: (0, ∞) ⟶ R definida por $f(x) = x\times \operatorname{Ln}(x)$. Calcula:
(a) [1'5 puntos] $\int f(x)\,dx$
(b) [1 punto] Una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto (1,0).

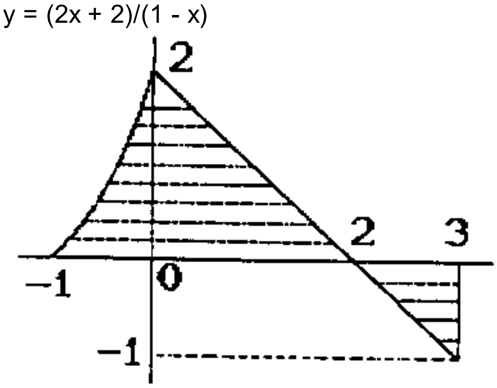
Ejercicio 3. [2'5 puntos] Sea A = $\begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & -\cos x & 0 \\ \cos x & \operatorname{sen} x & 0 \\ \operatorname{sen} x + \cos x & \operatorname{sen} x - \cos x & 1 \end{pmatrix}$.
¿Para qué valores de x existe la matriz inversa de A? Calcula dicha matriz inversa.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A(1,0,-1), es perpendicular al plano x - *y* + 2z+1 = 0 y es paralelo a la recta $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Modelo 2 de sobrantes de 2001 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De la función f: R → R se sabe que $f''(x) = x^2 + 2x + 2$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto P(1, 2). Halla la expresión de f.

Ejercicio 2.[2'5 puntos] Halla el área del recinto rayado que aparece en la figura adjunta sabiendo que la parte curva tiene como ecuación y = (2x + 2)/(1 - x)



Ejercicio 3. [2'5 puntos] Calcula a sabiendo que los planos $ax + y - 7z = -5$ y $x + 2y + a^2z = 8$, se cortan en una recta que pasa por el punto A(0, 2, 1) pero que no pasa por el punto B(6, -3,2).

Ejercicio 4. Considera la matriz A = $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Siendo I la matriz identidad 3 x 3 y O la matriz nula 3 x 3, prueba que $A^3 + I = O$,
(b) [1'5 puntos] Calcula A^{10} .

Examen modelo 3 de sobrantes de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3 de sobrantes de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{(e^x - 1)\operatorname{sen}x}{x^3 - x^2}$

Ejercicio 2. Sea f :R → R la función definida por $f(x) = |x^2 - 1|$
(a) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f
(b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f.
(c) [1 punto] Calcula $\int_0^2 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. Se sabe que la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & -1 & 0 \\ b & 0 & b \end{pmatrix}$ verifica que det(A) = 1 y sus columnas son vectores perpendiculares dos a dos.
(a) [1'5 puntos] Calcula los valores de a y b.
(b) [1 punto] Comprueba que para dichos valores se verifica que $A^{-1} = A^t$ donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4. Considera los planos $\pi_1 \equiv 2x+5 = 0$ y $\pi_2 \equiv 3x+3y-4 = 0$
(a) [1'25 puntos] ¿Qué ángulo determinan ambos planos?.
(b) [1'25 puntos] Halla el plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos dados.

Modelo 3 de sobrantes de 2001 - Opción B

Ejercicio 1. Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, considera la función f : (-1,+ ∞) → R definida por $f(x) = \begin{cases} a(x-1) & \text{si } -1<x\le 1 \\ x\operatorname{Ln}(x) & \text{si } x>1 \end{cases}$
(a) [1 punto] Determina el valor de a sabiendo que f es derivable.
(b) [1'5 puntos] Calcula $\int_0^2 f(x)\,dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina la función f :R → R sabiendo que su derivada segunda es constante e igual a 3 y que la recta tangente en el punto de abscisa x = 1 es 5x-y-3 = 0.

Ejercicio 3. Considera el sistema $\left.\begin{array}{rcl} mx+y-z & = & 1 \\ x-my+z & = & 4 \\ x+y+mz & = & m \end{array}\right\}$.
(a) [1'5 puntos] Discútelo según los valores de m.
(b) [1 punto] ¿Cuál es, según los valores de m, la posición relativa de los planos cuyas ecuaciones respectivas son las tres que forman el sistema?

Ejercicio 4. Sea r la recta de ecuaciones $r \equiv \begin{cases} 3x+2y = 0 \\ 3x+z = 0 \end{cases}$.
(a) [1'5 puntos] Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades..
(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto P(1,2,-1)

Examen modelo 4 de sobrantes de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. (a) [1'25 puntos] Determina el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función f : R → R definida por $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \le 0 \\ ax+b & \text{si } x>0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0,1).
(b) [1'25 puntos] ¿Existen constantes c y d para las cuales la gráfica de la función g : R → R definida por $g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \le 0 \\ cx^2+d & \text{si } x>0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0,1)? (justifica la respuesta)

Ejercicio 2. Calcula (a) [1'25 puntos] $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$ (b) [1'25 puntos] $\lim_{x\to \infty} x^{2x} e^{-3x}$

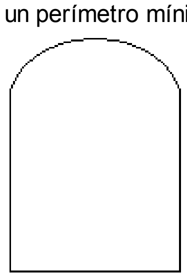
Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina la matriz X tal que AX - 3B = O_3, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de A(0,-1,1) con respecto a la recta (x - 5)/2 = y = (z - 2)/3

modelo 4 de sobrantes de 2001 - Opción B

Ejercicio 1. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = -2x^3 - 9x^2 -12x$
(a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
(b) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos α y β de f con α < β y calcula $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene un perímetro mínimo entre las que tienen área igual a 2 m^2.



Ejercicio 3. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
(a) [1'5 puntos] Calcula el determinante de las matrices: 2A, A^{31} y $(A^{31})^{-1}$.
(b) [1 punto] Halla la matriz A^{-1}.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla el punto de la recta x = (y + 2)/2 = (z - 3)/(- 1) que equidista del punto A(1,2,1) y del origen de coordenadas

Examen modelo 5 de sobrantes de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 5 de sobrantes de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. Sea f :R → R la función definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & \text{si } x<0 \\ 1-mx-x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
(a) [1'25 puntos] Determina m sabiendo que f es derivable.
(b) [1'25 puntos] Calcula $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Un hilo de alambre de 1 m. de longitud se corta en dos trozos formando con uno una circunferencia y con el otro un cuadrado. Prueba que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble que el radio de la circunferencia.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, AX = - AX + B siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv 2x + y + 2z - 4 = 0$
(a) [1'75 puntos] Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.
(b) [0'75 puntos] Calcula la distancia del origen al plano dado.

modelo 5 de sobrantes de 2001 - Opción B

Ejercicio 1. Considera la función f : [0,4] → R la función definida por $f(x) = \begin{cases} 4x & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{16}{(x+1)^2} & si \quad 1 < x < 3 \\ 4-x & si \quad 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$
(a) [1 punto] Determina la gráfica de f.
(b) [1'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera la función f : [0,3] → R definida por f(x) = 3x -2. Calcula el punto de la gráfica de f mas cercano al punto (2,6) y calcula también el mas alejado.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina todos los puntos del plano 2x - y + 2z - 1 = 0 que equidistan de los puntos A(3,0,-2) y B(1,2,0). ¿Qué representa geométricamente?

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Determina para que valores del parámetro λ la matriz A no tiene inversa.
(b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para λ = - 2.

Examen modelo 6 (sept.) de sobrantes de 2001

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2001 - Opción A

Ejercicio 1. Considera la función f : (- ∞ , 10) → R definida por f(x) = $\begin{cases} a^x & \text{si } x<2 \\ |x-5| & \text{si } 2 \le x < 10 \end{cases}$

(a) [1 punto] Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que a > 0).
(b) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f.
(c) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f.

Ejercicio 2. (a) [0'5 puntos] Determina el recinto limitado por la curva y = 1/2 + cosx, los ejes coordenados y la recta x = π .
(b) [2 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina a, b y c sabiendo que la matriz A = $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & b & c \end{pmatrix}$ verifica A $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$ y rango(A) = 2.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera los tres planos siguientes: $\pi_1 \equiv$ x+y+z = 1; $\pi_2 \equiv$ x-y+z = 2 y $\pi_3 \equiv$ 3x+y+3z = 5. ¿Se cortan π_1 y π_2?, ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?.

modelo 6 de sobrantes de 2001 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula el área encerrada entre la curva y = x^3 - 4x y el eje de abscisas

---

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina α sabiendo que existe y es finito el límite $\lim_{x\to 0}$ [(e^x - e^{-x} + αx) / (x - senx)]. Calcula dicho límite.

Ejercicio 3. (a) [1'5 puntos] Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro m: $\begin{cases} 2x+my &= 0 \\ x+mz &= m \\ x+y+3z &= 1 \end{cases}$.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema anterior para m = 6

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos A(1,2,3), B(3,2,1) y C(2,0,2). Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.

Examen modelo 1 de 2002

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

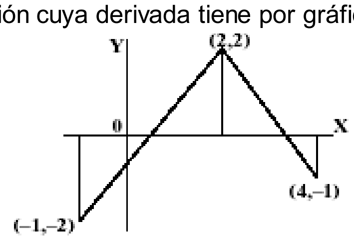
Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 1 de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. Sea Ln(x) el logaritmo neperiano de x y sea $f : D \to R$ la función definida por $f(x) = 1/[x.(Ln(x))^2]$.
(a) [1'5 puntos] Determina el conjunto D sabiendo que está formado por todos los puntos $x \in R$ para los que existe f(x).
(b) [1 punto] Usa el cambio de variable t = Ln(x) para calcular una primitiva de f.

Ejercicio 2. Sea $f :[-1,4] \to R$ una función cuya derivada tiene por gráfica la de la figura.



(a) [1'5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y determina los valores donde alcanza sus extremos relativos.
(b) [1 punto] Estudia la concavidad y convexidad de f. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

Ejercicio 3. [2'5 puntos]. En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:
- El precio de la empresa A es 0'6 euros menos que la media de los precios establecidos por B y C.
- El precio dado por B es la media de los precios de A y C.
- El precio de la empresa C es igual a 2 euros mas 2/5 del precio dado por A mas 1/3 del precio dado por B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A(1,-3,2), B(1,1,2) y C(1,1,-1).
(a) [1'25 puntos] ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta.
(b) [1'25 puntos] Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para que el paralelogramo ABCD sea un rectángulo

Modelo 1 de 2002-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina el valor de las constantes c y d sabiendo que la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx + d$ tiene como recta tangente en su punto de inflexión a la recta y = 3x + 4.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int (x^3 + 2x^2 - 2x + 3)/(x^2 - 1)\, dx$

Ejercicio 3. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de A.
(b) [1 punto] Calcula A^{127} y A^{128}.
(c) [0'5 puntos] Determina x e y tal que AB = BA.

Ejercicio 4. Considera los puntos A(1,1,1), B(2,2,2), C(1,1,0) y D(1,0,0).
(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D.
(b) [0'75 puntos] Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

Examen modelo 2 de sobrantes de 2002

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 2 de sobrantes de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. (a) [1'5 puntos] Determina la función f: R → R sabiendo que $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$ y que su valor mínimo es -12.
(b) [1 punto] Calcula la ecuación de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de inflexión de su gráfica.

Ejercicio 2. Sea f: R → R la función definida por $f(x) = x|x - 4|$
(a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f.
(b) [0'75 puntos] Estudia su derivabilidad en x = 4.
(c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera los puntos A(1,-1,2), B(1,3,0) y C(0,0,1). Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C.

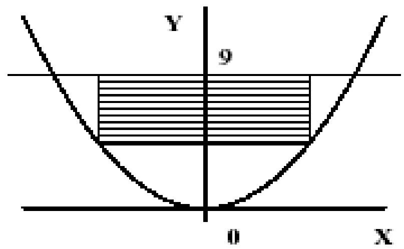
Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Sean $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
Determina a , si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial)

AX = b, BX = c

Tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos).

Modelo 2 de sobrantes de 2002 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Considera el recinto limitado por la curva $y = 1/3\ x^2$ y la recta y = 9.



De entre todos los rectángulos situados como el de la figura, determina el que tiene área máxima.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea Ln(x) el logaritmo neperiano de x. Esboza el recinto limitado por los ejes coordenados y las gráficas de las funciones y = 1 e y = Ln(x). Calcula su área.

Ejercicio 3. Sea π el plano de ecuación 3x - y +2z - 4 = 0,
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto P(1,-2,2).
(b) [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano π_2 que es perpendicular a ambos que contienen a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x-y+z = 1 \\ 2x+y-4z = 1 \end{cases}.$$

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Halla los valores de a para que la matriz 3A tiene inversa.
(b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la inversa de A^2 para a = 0.

Examen modelo 3 (Sept.)de sobrantes de 2002

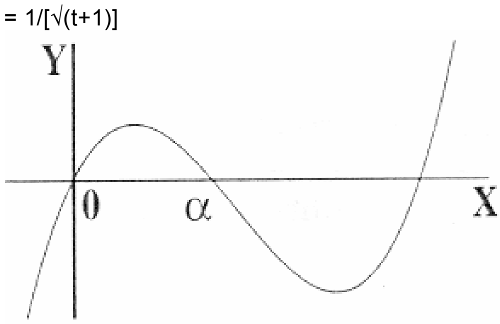
Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3 (Sept.) de sobrantes de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. Consideremos $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$.
(a) [1'5 puntos] Si f fuese la función cuya gráfica aparece en el dibujo, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando la respuesta:
i) F(α) = 0.
ii) F' (α) = 0.
iii) F es creciente en (0,α).
(b) [1 punto] Calcula F(1) siendo f(t) = 1/[√(t+1)]



Ejercicio 2. Considera la función f definida por f(x) = (x^2 - 2x + 2)/(x - 1) para x ≠ 1
(a) [1'5 puntos] Calcula las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1 punto] Estudia la posición de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 3.. [2'5 puntos] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Calcula los valores de *t* para los que el determinante de *A* es positivo y halla el mayor valor que alcanza dicho determinante.

Ejercicio 4.- Los puntos A(1,0,2) y B(-1,0,-2) son vértices opuestos de un cuadrado.
(a) [1 punto] Calcula el área del cuadrado.
(b) [1'5 puntos] Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos *A* y *B* que pasa por su punto medio.

Modelo 3 (Sept.) de sobrantes de 2002 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función f : (0,+ ∞) ⟶ R definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & si \quad 0 < x \le 1 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{x^2}{4} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

. Calcula su derivada

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_0^1 (3x^3 + 1)/(x^2 - x - 2)\,dx$

Ejercicio 3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 3 \\ 2x + my + z &= m \\ 3x + 5y + mz &= 5 \end{aligned}$$

(a) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.
(b) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.
(c) [0'5 puntos] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema no tenga solución.

Ejercicio 4. Considera el plano π ≡ x - y + 2z = 3 y el punto A(-1, -4,2)
(a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A.
(b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto de π .

Examen modelo 4 (junio) de sobrantes de 2002

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 (junio) de sobrantes de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. Considera la función f : R → R definida por $f(x) = e^{(2x)/(x.x + 1)}$
(a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f
(b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

Ejercicio 2. [1'5 puntos] Determina un polinomio P(x) de segundo grado sabiendo que P(0) = P(2) = 1 y $\int_0^2$ [P(x) dx = 1/3.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina luna matriz A simétrica (A coincide con su traspuesta) sabiendo que

Det(A) = - 7 y $A \times \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano

$\pi \equiv x+y-z+6=0$ con la recta $s \equiv x/3 = y-2 = z+1$ y es paralela a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + y - 4 & = 0 \\ 4x - 3y + z - 1 & = 0 \end{cases}$

modelo 4 (junio) de sobrantes de 2002 - Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función $f(x) = (9x-3)/(x^2 - 2x)$ para $x \neq 0$ y $x \neq 2$.
(a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
(c) [0'5 puntos] Con los datos obtenidos esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea f : R → R la función definida por $f(x) = x \times e^{-x}$. Esboza el recinto limitado por la curva y = f(x), los ejes coordenado y la recta x = -1. Calcula su área.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina una matriz X que verifique la ecuación AX = X - B siendo

$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A(1,1,2), B(1,0,-1) y C(1,-3,2)

Examen modelo 5 de sobrantes de 2002

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 5 de sobrantes de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula una primitiva de la función f definida por $f(x) = (2x^2 + 10x)/(x^2 + 2x - 3)$ para $x \neq 1$ y $x \neq -3$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera la función $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 3ax + b & \text{si} \quad x \le 0 \\ e^{x(ax+b)} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$. Determina a y b sabiendo que f es derivable.

Ejercicio 3. Considera $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(a) [1 punto] ¿Para que valores de m tiene inversa la matriz A?
(b) [1'5 puntos] Resuelve, para m = 2, el sistema de ecuaciones AX = C.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina la recta que no corta al plano de ecuación $x - y + z = 7$ y cuyo punto mas cercano al origen es (1,2,3).

modelo 5 de sobrantes de 2002 - Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$ y sea r la recta de ecuación $2x + y = 6$.
(a) [1'5 puntos] Determina, si es posible, un punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea r.
(b) [1 punto] ¿Hay algún punto de la gráfica de f en el que la recta normal a la gráfica sea r? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2. Considera la curva de ecuación $y = (x^3 + 2x)/(x^2 - 2x - 3)$.
(a) [1'5 puntos] Determina sus asíntotas.
(b) [1 punto] ¿Corta la curva a alguna de sus asíntotas en algún punto? Justifica la respuesta.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz traspuesta de una matriz M. Considera
$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = (\,1\ 4\ 3\,)$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.
(a) [1'5 puntos] Calcula $(AB)^t$ y $(BA)^t$.
(b) [1 punto] Determina una matriz X que verifique la relación $1/2 \times X + (AB)^t = C$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sabiendo que las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-2y-z = a \\ 2x+z = a \end{cases}$ se cortan, determina a y el punto de corte.

Examen modelo 6 de sobrantes de 2002

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2002 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todas las rectas que pasan por el origen de coordenadas, determina las que son tangentes a la curva de ecuación $y = (1/4)\times x^2 + 4x + 4$. Calcula los puntos de tangencia correspondientes.

Ejercicio 2. Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = x^{2\times} e^{(x/2)}$

(a) [1 punto] Calcula $\lim_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

(b) [1'5 puntos] Calcula los intervalos de monotonía y los extremos locales de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan)

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x - my + z &= 1 \\ x + y + z &= m + 2 \\ x + y + mz &= 4 \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro m.

(b) [2 puntos] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla el punto de la recta $r \equiv \begin{cases} x+3y+z = 1 \\ y+z = -1 \end{cases}$ que está más cercano al punto
P(1,-1,0).

modelo 6 de sobrantes de 2002 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f : R \to R$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x} & \text{si } x>0 \\ 1 & \text{si } x \le 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de la parábola $y = -(x - 2)^2 - 2$, la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisas $x = 3$, el semieje positivo de abscisas y el semieje negativo de ordenadas. Calcula su área

---

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Sin desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz $\begin{pmatrix} k & x & 1+ax \\ 2k & y & 2+ay \\ 3k & z & 3+az \end{pmatrix}$ y enuncia las propiedades que hayas utilizado.

Ejercicio 4. Considera la recta r y el plano π siguientes: $r \equiv \begin{cases} x+z-a = 0 \\ y-az-1 = 0 \end{cases}$, $\pi \equiv 2x - y = b$.

(a) [1'5 puntos] Determina a y b sabiendo que está contenida en π .

(b) [1 punto] Halla la ecuación de un plano que contenga a r y sea perpendicular a π .

Modelo 1. Examen de septiembre 2003

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración**: 1 hora Y 30 minutos
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

septiembre 03 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x \to 0}$ [Ln(1+x) - senx]/[x.senx], siendo Ln(1+x) el logaritmo neperiano de 1+x

---

Ejercicio 2. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = e^{x/3}$.
(a) [1 punto] ¿En que punto de la gráfica de f la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas? Halla la ecuación de dicha recta tangente.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas

---

Ejercicio 3. Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y C = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
(a) [1'25 puntos] ¿Para que valores de m tiene solución la ecuación matricial A.X + 2B = 3C?
(b) [1'25 puntos] Resuelve la ecuación matricial dada para m = 1.

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos A(1,0,-1), B(3,2,1) y C(-7,1,5) son vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD.
(a) [1 punto] Calcula las coordenadas del punto D
(b) [1'5 puntos] Halla el área del paralelogramo.

septiembre 03-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea f : (0, + ∞) → R la función definida por f(x) = (x-1).Ln(x), donde Ln(x) es el logaritmo neperiano de x. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1, -3/2).

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función f : R → R definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-|x|} & \text{si} \quad x \neq -1 \text{ y } x \neq 1 \\ 0 & \text{si} \quad x = -1 \text{ o } x = 1 \end{cases}.$$

Ejercicio 3. Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
(a) [1'25 puntos] Siendo I la matriz identidad de orden 3, calcula los valores de λ para los que la matriz A + λI no tiene inversa.
(b) [1'25 puntos] Resuelve el sistema A.X = 3X e interpreta geométricamente el conjunto de todas sus soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Los puntos A(1,1,0) y B(2,2,1) son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D.

Examen modelo 2 de sobrantes de 2003

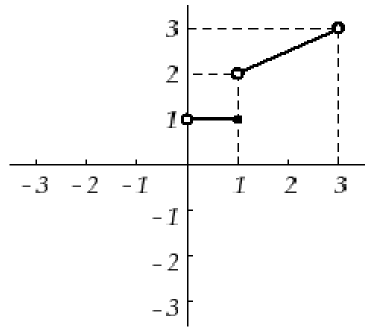
Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 2 de sobrantes de 2003 - Opción A

Ejercicio 1. En la figura adjunta puedes ver representada parte de la gráfica de una función *f* que está definida en el intervalo (-3, 3) y que es simétrica respecto al origen de coordenadas.



(a) [0'75 puntos] Razona cual debe ser el valor de *f*(0).
(b) [0'75 puntos] Completa la gráfica de *f*.
(c) [1 punto] Halla f '(x) para los x ∈ (-3, 3) en los que dicha derivada exista.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene máximo absoluto en el punto de abscisa x = 1, que su gráfica pasa por el punto (1, 4) y que $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = 32/2$. Halla *a*, *b* y *c*

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina razonadamente los valores de *m* para los que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= mx \\ x + 2y + z &= my \\ x + 2y + 4z &= mz \end{aligned}$$

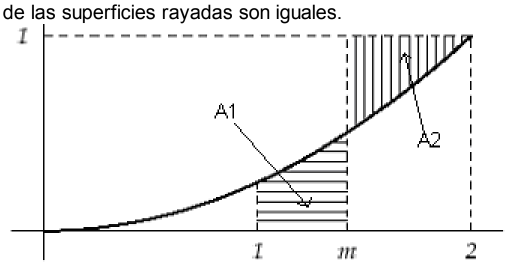
tiene más de una solución.

Ejercicio 4.-
[2'5 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (3, 1, -1), es paralela al plano $3x - y + z = 4$ y corta a la recta intersección de los planos $x + z = 4$ y $x - 2y + z = 1$.

Modelo 2 de sobrantes de 2003 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es tal que $f(0) = 4$ y que su gráfica tiene un punto de inflexión en (1, 2). Conociendo además que la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, calcula *a*, *b*, *c* y *d*.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] En la figura adjunta puedes ver representada en el intervalo [0; 2] la gráfica de la parábola de ecuación $y = x^2/4$. Halla el valor de *m* para el que las áreas de las superficies rayadas son iguales.



Ejercicio 3. (a) [1 punto] Se sabe que el determinante de una matriz cuadrada *A* de orden 3 vale -2 ¿Cuánto vale el determinante de la matriz 4*A*?

(b) [1'5 puntos] Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, ¿para qué valores de λ la matriz $3B + B^2$ no tiene inversa?

Ejercicio 4. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+y-z = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y + z = 0$.
(a) [1 punto] Calcula el haz de planos que contienen a la recta *r*.
(b) [1'5 puntos] Halla el plano que contiene a la recta *r* y corta al plano p en una recta paralela al plano *z* = 0.

Examen modelo 3 de sobrantes de 2003

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3 de sobrantes de 2003 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la grafica de f, la recta tangente obtenida y el eje OY.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $A.X = (B.A^t)^t$.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(-2, 3, 0) y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z+2 = 0 \\ 2x-2y+z+1 = 0 \end{cases}$.
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r.
(b) [1'5 puntos] Determina el punto de r más próximo a P.

Modelo 3 de sobrantes de 2003 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : (0; 3) \to \mathbb{R}$ es derivable en todo punto de su dominio, siendo

$f'(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } 0 < x \le 2, \\ -x+3 & \text{si } 2 < x < 3 \end{cases}$, y que $f(1) = 0$. Halla la expresión analítica de f.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} |2-x| & \text{si } x < a, \\ x^2-5x+7 & \text{si } x \ge a \end{cases}$, donde a es un número real.
(a) [0'5 puntos] Determina a.
(b) [2 puntos] Halla la función derivada de f.

Ejercicio 3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:
(a) [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A tiene inversa.
(b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $m = 2$.

Ejercicio 4. Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \ (\alpha, \beta \in \mathbb{R}) \\ z = \beta \end{cases}$$

(a) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π .
(b) [1'25 puntos] Dados los puntos $B(4, 4, 4)$ y $C(0, 0, 0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A, B y C sea rectángulo en B.

Examen de Junio 2003. Modelo 4

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamemente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 03 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea Ln(1 -x^2) el logaritmo neperiano de 1 - x^2 y sea f : (-1,1) → R la función definida por f(x) = Ln(1 - x^2). Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0,1).

Ejercicio 2.[2'5 puntos] Se sabe que la función f : R → R definida por f(x) = $x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un extremo relativo en el punto de abscisa x = 0 y que su gráfica tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa x = - 1. Conociendo además que $\int_0^1 f(x)\,dx = 6$, halla a, b y c.

Ejercicio 3. Considera los vectores **u** = (1,1,1), **v** = (2,2,a) y **w** = (2,0,0),
(a) [1'25 puntos] Halla los valores de a para que los vectores **u**, **v** y **w** sean linealmente independientes.
(b) [1'25 puntos] Determina los valores de a para que los vectores **u + v** y **u - w** son ortogonales.

Ejercicio 4.[2'5 puntos] Sabiendo que las rectas r ≡ x = y = z y s ≡ $\begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ x = - \mu \end{cases}$, se cruzan, halla los puntos A y B, de r y s respectivamente que están a mínima distancia.

Junio 03-Opción B

Ejercicio 1. Dada la parábola y = 1 + x^2 y la recta de ecuación y = 1 + x, se pide:
(a) [1'5 puntos] Área de la región limitada por la recta y la parábola.
(b) [1'25 puntos] Ecuación de la recta paralela la dada que es tangente a la parábola.

Ejercicio 2. Considera la función f : R → R definida por f(x) = (x+3).e^{-x}
(a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f
(b) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos de f y los puntos de inflexión de su gráfica.
(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 3. Sean C_1, C_2 y C_3 las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada A de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula indicando las propi9edades que utilices:
(a) [0'S puntos] El determinante de A^3.
(b) [0'5 puntos] El determinante de A^{-1}.
(c) [0'S puntos] El determinante de 2A.
(d) [1 punto] El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente $3C_1 - C_3$, $2C_3$ y C_2.

Ejercicio 4.[2'5 puntos] Determina el punto P de la recta r ≡ (x - 1)/2 = (y + 1)/1 = z/3 que equidista de los planos $\pi_1 \equiv x + y + z + 3 = 0$ y $\pi_2 \equiv \begin{cases} x = - 3 + \lambda \\ y = - \lambda + \mu \\ x = - 6 + \mu \end{cases}$

Examen modelo 5 de sobrantes de 2003

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2003 - Opción A

Ejercicio 1. Sea la función *f* : R → R definida por *f*(*x*) = $\begin{cases} x^2+3 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 2-x^2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.
(a) [1'25 puntos] Calcula, si es posible, las derivadas laterales de *f* en *x* = 1.
(b) [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina el valor positivo de λ para el que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = \lambda x$ es 1.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1 \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Discute las soluciones del sistema según los valores de *m*.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- Se sabe que el plano π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos *A*, *B* y *C*, siendo las longitudes de los segmentos *OA*, *OB* y *OC* de 4 unidades, donde *O* es el origen de coordenadas.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano π .
(b) [1 punto] Calcula el área del triángulo *ABC*.
(c) [0'75 puntos] Obtén un plano paralelo al plano π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

Modelo 5 de sobrantes de 2003 - Opción B

Ejercicio 1. Sea *f* : R → R la función definida por f(x) = $\sqrt[3]{x}$.
(a) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa *x* = 1.
(b) [0'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de *f* y la recta tangente obtenida.
(c) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 2. Considera la función *f* definida para x ≠ 2 por $f(x) = (2x^2 + 2)/(x + 2)$.
(a) [1'25 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de *f*.
(b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la gráfica de *f* respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 3. Considera la matriz M(x) = $\begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde *x* es un número real.
(a) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de *x* existe $(M(x))^{-1}$? Para los valores de *x* obtenidos, calcula la matriz $(M(x))^{-1}$.
(b) [1 punto] Resuelve, si es posible, la ecuación M(3).M(x) = M(5).

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0 \end{cases}$.

Examen Modelo 6 de sobrantes de 2003

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 6 de sobrantes de 2003 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea la función *f* : R → R definida por $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f* y su recta tangente en el punto de abscisa correspondiente al máximo relativo de la función.

Ejercicio 2. Dada la función *f* definida para $x \neq -1$ por $f(x) = x^3/(1 + x)^2$, determina:
(a) [1'5 puntos] Las asíntotas de la gráfica de *f*.
(b) [1 punto] Los puntos de corte, si existen, de dicha gráfica con sus asíntotas.

Ejercicio 3. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
(a) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de *m* existe la matriz A^{-1}?
(b) [1 punto] Siendo *m* = 2, calcula A^{-1}y resuelve el sistema A.X = *B*.
(c) [0'75 puntos] Resuelve el sistema A.X = *B* para *m* = 1.

Ejercicio 4.- Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + 1 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + az + 2 = 0 \end{cases}$.
(a) [1'25 puntos] Halla el valor de *a* sabiendo que la recta está contenida en el plano.
(b) [1'25 puntos] Calcula el ángulo formado por el plano π y la recta $s \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$

Modelo 6 de sobrantes de 2003 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos que tienen uno de sus vértices en el origen de coordenadas, el opuesto de este vértice en la curva $y = 2x^2/(x^2 - 1)$ con $(x > 1)$, uno de sus lados situado sobre el semieje positivo de abscisas y otro lado sobre el semieje positivo de ordenadas, halla el que tiene área mínima.

Ejercicio 2. Considera las funciones f, g : R → R definidas por $f(x) = 6 - x^2$ y $g(x) = |x|$.
(a) [0'75 puntos] Dibuja el recinto acotado que está limitado por las gráficas de *f* y *g*.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Una empresa cinematográfica dispone de tres salas, *A*, *B* y *C*. Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la sala *A* hubieran asistido a la sala *B* y los de la sala *B* a la sala *A*, se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más. Calcula el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación de una circunferencia que pase por el punto (-1,-8) y sea tangente a los ejes coordenados.

Examen modelo 1 de sobrantes de 2004

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 1 de sobrantes de 2004 - Opción A

Ejercicio 1. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$.
(a) [0'75 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
(b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Considera la función f : R → R definida por $f(x)= x|x|$.
(a) [0'75 puntos] Dibuja la región acotada del plano que está limitada por la gráfica de f y la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 3. Se sabe que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + \alpha y &= 1 \\ x + \alpha z &= 1 \\ y + z &= \alpha \end{aligned}$$

tiene una única solución.
(a) [1'25 puntos] Prueba que $\alpha \neq 0$.
(b) [1'25 puntos] Halla la solución del sistema.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A(0, 0, 1), B(0, 1, 0) y C, siendo C la proyección ortogonal del punto (1, 1, 1) sobre el plano $x + y + z = 1$.

Modelo 1 de sobrantes de 2004 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Halla una función f : R → R tal que su gráfica pase por el punto M (0, 1), que la tangente en el punto M sea paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$ y que $f''(x) = 3x^2$.

Ejercicio 2. Considera la función f : R → R definida por $f(x) = e^{x} + 4e^{-x}$.
(a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas x =0 y x = 2.

Ejercicio 3. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = -6$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}$. (b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}$. (c) [1 punto]

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ 2x-a & 2y-b & 2z-c \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera el punto A(0, 1, − 1), la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 2$. Halla la ecuación de la recta "s" que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

Examen de septiembre 2004 (Modelo 2)

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

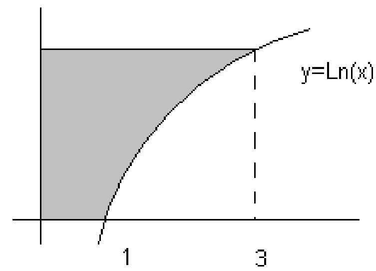
Instrucciones

a) **Duración**: 1 hora Y 30 minutos
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

septiembre 04 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se desea construir una caja de base cuadrada con una capacidad de 80 cm^3 . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 1 € / cm^2 y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Siendo Ln x el logaritmo neperiano de x, halla el área de la superficie sombreada



Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones

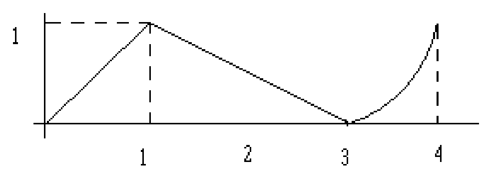
$$x + 3y + z = 1$$
$$- x + y + 2z = - 1$$
$$ax + by + z = 4$$

tiene al menos dos soluciones distintas

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta intersección de los planos y +z = 1 e y - 3z + 3 = 0, y que sus otros dos vértices son A(2,0,1) y B(0,-3,0). Halla C y el área del triángulo ABC

septiembre 04-Opción B

Ejercicio 1. De una función f:[0,4] → R se sabe que f(1) = 3 y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo



(a) [0'5 puntos] Halla la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. ¿En qué punto alcanza la función su máximo absoluto?
(c) [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de f.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta y = 2x y las curvas $y = x^2$ e $y = x^2/2$

Ejercicio 3. (a) [1 punto] Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a?

(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = a \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = b \\ y = b - 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Examen modelo 3 de sobrantes de 2004

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados

Modelo 3 de sobrantes de 2004 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula $\int_{-2}^{0} \frac{1}{x^2+2x-3}dx$

Ejercicio 2. Se sabe que la función f : (− 1, 1) → R definida por $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \frac{1}{2}x + c & si \quad -1 < x < 0, \\ \sqrt{1-x} & si \quad 0 \le x < 1 \end{cases}$ es derivable en el intervalo (− 1, 1).
(a) [1 punto] Determina el valor de la constante c.
(b) [0'5 puntos] Calcula la función derivada f '.
(c) [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f que son paralelas a la recta de ecuación y = x.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + \lambda y &= \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z &= 1 \\ \lambda x + y &= 2 + \lambda \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$.
Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano z = 0.

Modelo 3 de sobrantes de 2004 - Opción B

Ejercicio 1. Sea f : [0, 2π] → R la función definida por $f(x)= e^x (\cos x + \text{sen } x)$.
(a) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
(b) [1'25 puntos] Halla los extremos relativos (locales) y absolutos (globales) de f.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea f : R → R la función definida por $f(x) = (x - 1)\times e^{2x}$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, e^2)$.

Ejercicio 3. Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos A, B y C. El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo A, a 3 € las del tipo B y a 4 € las del tipo C, entonces obtiene un total de 20 € . Pero si vende a 1€ las del tipo A, a 3 € las del B y a 6 € las del C, entonces obtiene un total de 25 € .
(a) [0'75 puntos] Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.
(b) [1 punto] Resuelve dicho sistema.
(c) [0'75 puntos] ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

Ejercicio 4. Sean los puntos A(1, 0, -1) y B(2, -1, 3).
(a) [1'5 puntos] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por A y por B.
(b) [1 punto] Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos ABCD sabiendo que la recta determinada por los vértices C y D pasa por el origen de coordenadas.

Examen modelo 4 de sobrantes de 2004

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2004 - Opción A

Ejercicio 1. Considera la integral definida I = $\int_1^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

(a) [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables 1 + $\sqrt{x}$ = t.
(b) [1 punto] Calcula I.

Ejercicio 2. (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola y = x^2 que es paralela a la recta 4x + y + 3 = 0.
(b) [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola y = x^2 que pasan por el punto (2, 0).

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz transpuesta de una matriz M .

(a) [1 punto] Sabiendo que A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que det(A) = 4, calcula los siguientes determinantes:

det ($3A^t$) y $\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$.

(b) [0'75 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que B^3 = I. Calcula det(B).
(c) [0'75 puntos] Sea C una matriz cuadrada tal que $C^{-1} = C^t$. ¿Puede ser det(C) = 3? Razona la respuesta.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas r ≡ $\begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \dfrac{z-2}{-3} \end{cases}$ y s ≡ $\begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0 \end{cases}$

modelo 4 de sobrantes de 2004 - Opción B

Ejercicio 1. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$
(a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada y = 1, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} mx + 2y + z &= 2 \\ x + my &= m \\ 2x + mz &= 0 \end{aligned}$$

(a) [0'5 puntos] Determina los valores de m para los que x = 0, y =1 y z = 0 es solución del sistema.
(b) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.
(c) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos P (6,-1,-10), Q(0, 2, 2) y R, que es el punto de intersección del plano π ≡ 2x + λy + z – 2 = 0 y la recta r ≡ $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1 \end{cases}$
Determina λ sabiendo que los puntos P, Q y R están alineados.

Examen modelo 5 de sobrantes de 2004

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2004 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2 - x.|x|$.
(a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
(b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en x = 0.
(c) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera las funciones $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas, respectivamente, por $f(x) = Ln(x)$ y $g(x) = 1 - 2^x$, siendo Ln x el logaritmo neperiano de x. Calcula el área del recinto limitado por las rectas x=1 y x=2 y las gráficas de f y g.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 0 \\ 2x - 13y + 2z &= 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z &= 0 \end{aligned}$$

Determina el valor a para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de a.

Ejercicio 4.- Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7$ y y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = 1+3\lambda \end{cases}$
(a) [1 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r.
(b) [1'5 puntos] ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.

Modelo 5 de sobrantes de 2004 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{a}{2x}\right)$ es finito. Determina el valor de a y calcula el límite.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que b > 0 y que el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = \left(\frac{1}{3}x - b\right)^2$ y los ejes coordenados es igual a 8.

Ejercicio 3.

Se sabe que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$ (b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ (c) [1 punto] $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a_{31} & a_{22} - a_{32} & a_{23} - a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

Ejercicio 4. Las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases}$ contienen dos lados de un cuadrado.
(a) [1'25 puntos] Calcula el área del cuadrado.
(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

Examen de Junio 2004 (Modelo 6)

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 04 - Opción A

Ejercicio 1. De la función $f : (-1,+\infty) \to R$ se sabe que $f'(x) = 3/(x+1)^2$ y que $f(2) = 0$.
(a) [1'25 puntos] Determina f.
(b) [1'25 puntos] Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0,1).

Ejercicio 2. Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$.
(a) [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.
(b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$mx - y = 1$$
$$x - my = 2m - 1$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de m.
(b) [1 punto] Calcula los valores de m para los que el sistema tiene una solución en la que x = 3.

Ejercicio 4. Sean los puntos A(1, 2, 1), B(2, 3, 1), C(0, 5,3) y D(-1, 4,3).
(a) [1 punto] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.
(b) [0'75 puntos] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos ABCD es un rectángulo.
(c) [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.

Junio 04-Opción B

Ejercicio 1. Se sabe que la función $f : (-1,+\infty) \to R$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & si \quad -1 < x < 0 \\ \dfrac{x^2 + a}{x+1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

es continua en $(-1,+\infty)$.
(a) [1'25 puntos] Halla el valor de a.¿Es f derivable en x = 0?
(b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que b > 0 y que e! área de la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = 6x$ es igual a 9/2.

Ejercicio 3. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
(a) [1'25 puntos] Calcula A.B, A.C, $A^t.B^t$ y $C^t.A^t$, siendo A^t, B^t y C^t las matrices transpuestas de A, B y C, respectivamente.
(b) [1'25 puntos] Razona cuáles de las matrices A, B, C y AB tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Dados los vectores **u** = (2, 1, 0) y **v** =(-1, 0, 1), halla un vector unitario **w** que sea coplanario con **u** y **v** y ortogonal a **v**.

Modelo 1. Examen de Junio 2005

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

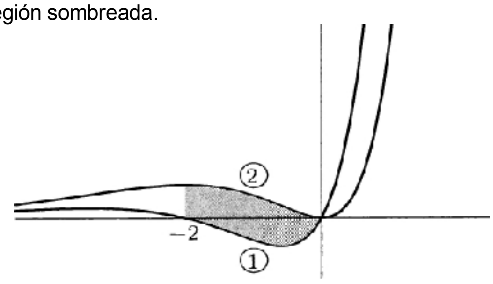
Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 1. Junio 05 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De la función f : R → R definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que tiene un máximo en x = -1, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa x = -2 y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa x = 0. Calcula a, b, c y d sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2 tiene pendiente 9.

Ejercicio 2. Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función f : R → R definida por $f(x) = x^2e^x$ y a su función derivada f '.
(a) [1 punto] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f'.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 3. Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, y C = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] ¿Tiene A inversa? En caso afirmativo, calcúlala
(b) [1'5 puntos] Determina la matriz X que cumple que $A.X + C.B^t = B.B^t$, siendo B^t la matriz transpuesta de B.

Ejercicio 4. Considera el punto P(2, 0,1) y la recta r ≡ $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ z = 2 \end{cases}$
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y a r.
(b) [1'5 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

Modelo 1. Junio 05-Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida para x ≠ 0 por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$
(a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de *f.*
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f

Ejercicio 2. Considera la función f : R → R definida por $f(x) = e^{-x/2}$.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f, la recta de ecuación x = 2 y la recta tangente obtenida en (a).

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x+y+z &= -2 \\ -\lambda x+3y+z &= -7 \\ x+2y+(\lambda+2)z &= -5 \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Sean los vectores $\vec{v_1} = (0,1,0)$, $\vec{v_2} = (2,1,-1)$ y $\vec{v_3} = (2, 3, -l)$.
(a) [0'75 puntos] ¿Son los vectores $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ y $\vec{v_3}$ linealmente dependientes`?
(b) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de a el vector (4, a + 3, -2) puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ y $\vec{v_3}$?
(c) [1 punto] Calcula un vector unitario y perpendicular a $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$.

Examen modelo 2 de sobrantes de 2005

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 2 de sobrantes de 2005 - Opción A

Ejercicio 1. Sea f la función definida para x ≠ por $f(x) = e^x/(x-1)$
(a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
(c) [0'75 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f.
(d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula la integral $\int\left(\frac{3x^3+x^2-10x+1}{x^2-x-2}\right)dx$

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 5 \\ mx + 2z &= 0 \\ my - z &= m \end{aligned}$$

(a) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para m = 1.
(b) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.
(c) [0'5 puntos] ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tiene solución?

Ejercicio 4.- Sea el punto P (1, 0, - 3) y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x + z = 0. \end{cases}$
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.
(b) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

modelo 2 de sobrantes de 2005 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina los puntos de la parábola de ecuación $y = 5 - x^2$ que están mas próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de as coordenadas.

Ejercicio 2. Se sabe que la función f : [0,+ ∞) → R definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & si \quad 0 \le x \le 8 \\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & si \quad x > 9 \end{cases}$ es continua en [0,+ ∞).
(a) [0'5 puntos] Halla el valor de a.
(b) [2 puntos] Calcula $\int_0^{10} f(x)dx$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla la matriz X que cumple que A.X.A – B = $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, siendo A = $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos A(m, 0, 1), B(0, 1, 2), C (1, 2, 3) y D(7, 2, 1) están en un mismo plano.
(a) [1'5 puntos] Halla m y calcula la ecuación de dicho plano.
(b) [1 punto] ¿Están los puntos B, C y D alineados?

Examen modelo 3 de sobrantes de 2005

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3 de sobrantes de 2005 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que $\lim_{x\to 0}\dfrac{x-\alpha\cdot sen(x)}{x^2}$ es finito. Determina el valor de α y calcula el limite.

Ejercicio 2. Sea f : R → R la función definida por f(x) = $\begin{cases} 2x+4 & si \quad x\le 0 \\ (x-2)^2 & si \quad x>0 \end{cases}$.
(a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica.
(b) [1'5 puntos] Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f y por el eje de abscisas.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} (b+1)x+y+z&=2\\ x+(b+1)y+z&=2\\ x+y+(b+1)z&=-4 \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro b.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

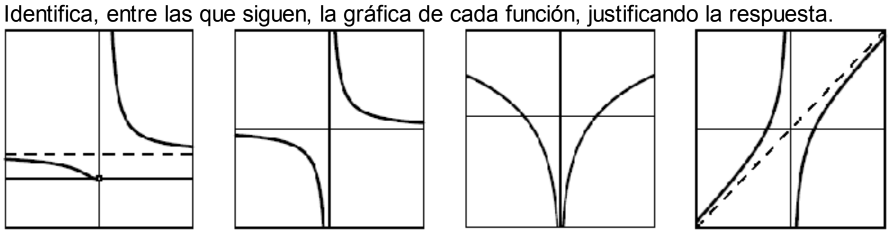
Ejercicio 4.- Se sabe que las rectas r ≡ $\begin{cases} x+y-z-3=0 \\ x+2y-2=0 \end{cases}$ y s ≡ $\begin{cases} ax+6y+6=0 \\ x-2z+2=0 \end{cases}$ son paralelas.
(a) [1'5 puntos] Calcula a.
(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

Modelo 3 de sobrantes de 2005 - Opción B

Ejercicio 1. Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para x ≠ 0, por

$$f(x) = (x^2-1)/x, \quad g(x)= e^{1/x} \quad y \quad h(x) = Ln\,|x|,$$

siendo Ln la función logaritmo neperiano.
(a) [1'75 puntos] Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de f, g y h.
(b) [0'75 puntos] Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.



Gráfica 1 Gráfica 2 Gráfica 3 Gráfica 4

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{0} Ln(2+x)dx$ siendo Ln la función logaritmo neperiano.

Ejercicio 3. Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea A = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$.
(a) [1'25 puntos] Determina el valor de b para el que $A^2 - 2A + I = O$.
(b) [1'25 puntos] Para b = 2 halla la matriz X que cumple que $A\cdot X - 2A^t = O$, donde A^t denota la matriz transpuesta de A.

Ejercicio 4. Considera las rectas r ≡ $\begin{cases} x+z-2=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ y s ≡ x/2 = y – 1 = z/3.
(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano π que contiene a s y es paralelo a r.
(b) [1'25 puntos] Calcula la distancia de la recta r al plano π .

Examen modelo 4 de sobrantes de 2005

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2005 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (5x + 8) / (x^2 + x + 1)$.
(a) [0'5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados.
(b) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
(c) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 4$.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región acotada que esta limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de f y por la recta tangente obtenida.

Ejercicio 3. Sea I la matriz identidad de orden 2 y sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
(a) [1 punto] Halla los valores de x para los que la matriz $A - xI$ no tiene inversa.
(b) [1'5 puntos] Halla los valores de a y b para los que $A^2 + aA + bI = O$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 6 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 5 - 7\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ 3x - y - 2 = 0 \end{cases}$

modelo 4 de sobrantes de 2005 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12.800 m^2 dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.

Ejercicio 2. Calcula las siguientes integrales:
(a) [0'5 puntos] ò cos (5x + 1) dx.
(b) [0'5 puntos] $\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}}\,dx$
(c) [1'5 puntos] $\int_0^1 x e^{-3x}\,dx$

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 5x + 2y - z &= 0 \\ x + y + (m + 4)z &= my \\ 2x - 3y + z &= 0 \end{aligned}$$

(a) [1 punto] Determina los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.
(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que z = 19.

Ejercicio 4. Sean A(−3, 4, 0), B(3, 6, 3) y C (−1, 2, 1) los vértices de un triángulo.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano π que contiene al triangulo.
(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el origen de coordenadas.
(c) [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC .

Examen modelo 5 de sobrantes de 2005

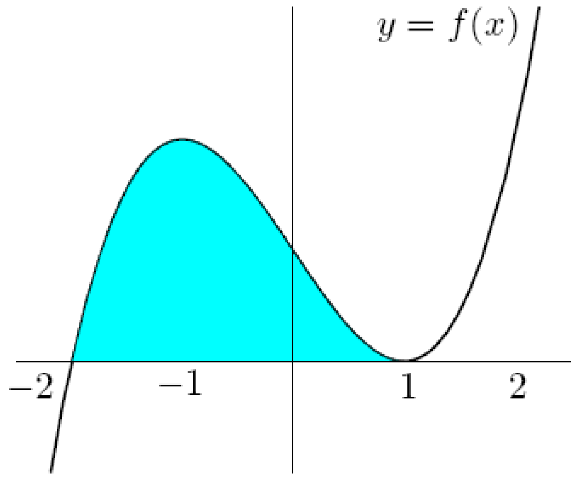
Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2005 - Opción A

Ejercicio 1. Se sabe que la gráfica de la función f : R → R definida por f (x)= x^3 + ax+ bx + c es la que aparece en el dibujo.
(a) [1’25 puntos] Determina f .
(b) [1’25 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 2. Sea f la función definida para x ≠ 2 por f (x) = (x^2 − 4x + 3) / (x − 2)
(a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
(b) [0’75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
(c) [0’75 puntos] Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de f en el intervalo [0, 2) (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

Ejercicio 3. [2’5 puntos] Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad. Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

Ejercicio 4.- Considera el punto A(0, − 3, 1), el plano $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta $r \equiv x+3 = y = (z-3)/2$.
(a) [1 punto] Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.
(b) [1’5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

Modelo 5 de sobrantes de 2005 - Opción B

Ejercicio 1. De la función f : (0, +∞) → R definida por f (x) = (ax^2 + b)/ x, se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 viene dada por y = − 2.
(a) [1’5 puntos] Calcula a y b.
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 2. [2’5 puntos] Sea f : R → R la función definida por f (x)= x^2 sen(2x). Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 1).

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + my + z &= 0 \\ x + y + mz &= 2 \\ mx + y + z &= m \end{aligned}$$

(a) [1 punto] ¿Para qué valor de m el sistema tiene al menos dos soluciones?
(b) [1’5 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema admite solución en la que x = 1?

Ejercicio 4. Se sabe que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = b+t \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 6x + 2z = 2 \end{cases}$ están contenidas en un mismo plano.
(a) [1’25 puntos] Calcula b.
(b) [1’25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

Modelo 6. Examen de septiembre 2005

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

a) **Duración**: 1 hora Y 30 minutos
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 6. Septiembre 05 - Opción A

Ejercicio 1. De una función f: R → R se sabe que f(0) = 2 y que f '(x) = 2x.
(a) [1 punto] Determina f.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones x = -2 y x = 2.

Ejercicio 2. Sea f: R → R la función definida por $f(x) = (x-1)^2 . e^{-x}$.
(a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(a) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

Ejercicio 4. Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = (z-2)/2$
(a) [0'75 puntos] Halla m para que r y π sean paralelos.
(b) [0'75 puntos] Halla m para que r y π sean perpendiculares.
(a) [1 punto] ¿Existe algún valor de m para que la recta r esté contenida en el plano π ?.

Modelo 6. Septiembre 05-Opción B

Ejercicio 1. De una función f : [0,5] → R se sabe que f(3) = 6 y que su función derivada está dada por

$$f'(x) = \begin{cases} 5x-2 & si \quad 0 < x < 1, \\ x^2 - 6x + 8 & si \quad 1 \le x < 5. \end{cases}$$

(a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.
(b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

Ejercicio 2. Considera la integral definida $I = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}\,dx.$
(a) [1'25 puntos] Exprésala aplicando el cambio de variable $\sqrt{1+x} - 1 = t.$.
(b) [1'25 puntos] Calcula I.

Ejercicio 3. Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:
(a) [1 punto] $|-3A|$ y $|A^{-1}|$
(b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}.$
(c) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}.$

Ejercicio 4. Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$
(a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto P sabiendo que está en el plano π_1 y que su proyección ortogonal sobre el plano π_2 es el punto (1,0,-3).
(b) [1 punto] Calcula el punto simétrico de P respecto del plano π_2.