

**Instrucciones**

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 1 de sobrantes de 2006 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, siendo \ln la función logaritmo neperiano.

(a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

(b) [1'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de inflexión de abscisa negativa.

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ x \cdot e^{-x^2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Sea f la función definida por

(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y, si es posible, calcula la derivada de f en dicho punto.

(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta $x = -1$.

Ejercicio 3. Sean $\mathbf{u} = (x, 2, 0)$, $\mathbf{v} = (x, -2, 1)$ y $\mathbf{w} = (2, -x, -4x)$ tres vectores de \mathbb{R}^3 .

(a) [1 punto] Determina los valores de x para los que los vectores son linealmente independientes.

(b) [1'5 puntos] Halla los valores de x para los que los vectores son ortogonales dos a dos.

$$\begin{cases} x = a + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuación

$$y = 1 - 2t \quad \text{y la recta de ecuación } (x - 1)/2 = (y + 2)/1 = z/3$$

(a) [1'5 puntos] Calcula el valor de a sabiendo que las rectas r y s se cortan.

(b) [1 punto] Calcula el punto de corte.

modelo 1 de sobrantes de 2006 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ siendo \ln la función logaritmo neperiano.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{a}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) =$

(a) [0'75 puntos] Halla el valor de a sabiendo que f es continua.

(b) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

(c) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x + 2 = 0$ y $x - 2 = 0$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\lambda x + y - z = 1$$

$$x + \lambda y + z = \lambda$$

$$x + y + \lambda z = \lambda^2$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .

(b) [1 punto] Resuélvelo para $\lambda = 2$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla un punto A de la recta r de ecuación $x = y = z$ y un punto B de la recta s de ecuación $x = y/(-1) = (z + 1)/2$ de forma que la distancia entre A y B sea mínima.



Modelo 2. Examen de septiembre 2006

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 d) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 2. Septiembre 06 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - |x|$.

- (a) [0'75 puntos] Estudia la derivabilidad de f .
 (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
 (c) [0'75 puntos] Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

Ejercicio 2. Calcula

(a) [1'5 puntos]
$$\int \frac{5x^2 - x - 160}{x^2 - 25} dx$$

(b) [1 punto]
$$\int (2x - 3) \cdot \operatorname{tg}(x^2 - 3x) dx$$
, siendo tg la función tangente.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} \lambda x - y - z &= -1 \\ x + \lambda y + z &= 4 \\ x + y + z &= \lambda + 2 \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 (b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 2$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Determina los puntos de la recta r de ecuaciones
$$\begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 3}{2} \end{cases}$$
 que equidistan del plano π de ecuación $x + z = 1$ y del plano π' de ecuación $y - z = 3$.

Modelo 2. Septiembre 06-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Un alambre de longitud 1 metro se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Halla la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = 12x - 6$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene de ecuación $4x - y - 7 = 0$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Resuelve $AB^t X = -2C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(1,0,-2)$ y $B(-2,3,1)$

- (a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres partes iguales
 (b) [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A , B y C , donde C es un punto de la recta de ecuación $-x = y - 1 = z$. ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto C ?



Modelo 3. Examen de Junio 2006

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) Duración: 1 hora Y 30 minutos
- b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
- d) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 3. Junio 06 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina un punto de la curva de ecuación $y = x e^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

$$I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

Ejercicio 2. Sea

- (a) [1'25 puntos] Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 1 + x^2$
- (b) [1'25 puntos] Calcula el valor de I

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix},$$

Ejercicio 3. Considera , siendo a un número real.

- (a) [1 punto] Calcula el valor de a para que $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$
- (b) [1 punto] Calcula, en función de a, los determinantes $2A$ y A^t , siendo A^t la traspuesta de A.
- (c) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de a para el que la matriz A sea simétrica? Razona la respuesta

Ejercicio 4. Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$ y la recta r de ecuación $\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$.

- (a) [1 punto] Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m.
- (b) [0'751 puntos] Para $m = -3$, halla el plano que contiene a lo recta r y es perpendicular al plano π .
- (c) [0'5 puntos] Para $m = -3$, halla el plano que contiene a lo recta r y es paralelo al plano π .

Modelo 3. Junio 06-Opción B

$$f(x) = \frac{x^4 + 3}{x}, \text{ para } x \neq 0$$

Ejercicio 1. Sea f la función definida por

- (a) [0.75 puntos] Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de f.
- (b) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f.
- (c) [0.75 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. [2.5 puntos] El área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones $y = \frac{x^2}{a}$ e $y = \sqrt{ax}$, con $a > 0$, vale 3. Calcula el valor de a.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. [2.5 puntos] Resuelve

$$\begin{cases} x + y - z - 3 = 0 \\ x + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4. Considera el punto P(3, 2, 0) y la recta r de ecuaciones

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r.
- (b) [1.5 puntos] Determina las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de la recta r.



Examen modelo 4 de sobrantes de 2006

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2006 - Opción A

Ejercicio 1. (a) [1'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = ax^2 + b$. Halla los valores de a y b sabiendo $\int_0^6 f(x)dx = 6$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale -12 .

(b) [1 punto] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = x^2 + px + q$. Calcula los valores de p y q sabiendo que la función f tiene un extremo en $x = -6$ y su valor en él es -2 .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int (x^2 - 1)e^{-x} dx$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Sea

(a) [1 punto] Determina los valores de $m \in \mathbb{R}$ para los que la matriz A tiene inversa.

(b) [1'5 puntos] Para $m = 0$ y siendo $X = (x \ y \ z)$, resuelve $X \cdot A = (3 \ 1 \ 1)$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuación $(x - 5)/2 = (y + 2)/(-1) = z/4$ y s la recta dada por $\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ -x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$

(a) [1'5 puntos] Determina la posición relativa de ambas rectas.

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s .

modelo 4 de sobrantes de 2006 - Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 - x + 1)/(x^2 + x + 1)$

(a) [0'75 puntos] Estudia si existen y calcula, cuando sea posible, las asíntotas de la gráfica de f .

(b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los valores que alcanza en ellos la función f .

(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \sin x$ y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisas $x = 0$ y $x = \pi$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y sea I la matriz identidad de orden dos.

(a) [1'25 puntos] Calcula los valores $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que $|A - \lambda I| = 0$.

(b) [1'25 puntos] Calcula $A^2 - 7A + 10I$.

Ejercicio 4. Considera la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$

(a) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y no corta al eje OZ .

(b) [1'25 puntos] Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1, 2, 1)$ sobre la recta r .



Examen modelo 5 de sobrantes de 2006

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2006 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2}$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hálala.

Ejercicio 2. Sea $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que su función derivada viene dada por

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2x+8 & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

- (a) [1'75 puntos] Determina la expresión de f sabiendo que $f(1) = 16/3$.
 (b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + \lambda y + z &= 8 \\ \lambda x + y + \lambda z &= 10 \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 (b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2, 1, 2)$ y $B(0, 4, 1)$ y la recta r de ecuación $x = y - 2 = (z - 3)/2$

- (a) [1'5 puntos] Determina un punto C de la recta r que equidiste de los puntos A y B .
 (b) [1 punto] Calcula el área del triángulo de vértices ABC .

Modelo 5 de sobrantes de 2006 - Opción B

Ejercicio 1. Se sabe que la función $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por derivable en el intervalo $(0, 5)$.

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \text{ es}$$

- (a) [1'75 puntos] Calcula las constantes a y b .
 (b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sean las funciones f y $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dadas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = \lambda\sqrt{x}$, donde λ es un número real positivo fijo. Calcula el valor de λ sabiendo que área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones es $1/3$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Considera las matrices

- (a) [1 punto] Halla el valor de $m \in \mathbb{R}$ para el que la matriz A no tiene inversa.
 (b) [1'5 puntos] Resuelve $AX = O$ para $m = 3$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano p de ecuación $x+y+z=1$ y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $18\sqrt{3}$.



Examen modelo 6 de sobrantes de 2006

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2006 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$

(a) [1'5 puntos] Determina $a, b \in \mathbb{R}$ sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2, 2)$ y tiene un punto de inflexión de abscisa $x = 0$.

(b) [1 punto] Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{Ln}x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \operatorname{Ln}(2-x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases}, \text{ siendo } \operatorname{Ln} \text{ la función}$$

Ejercicio 2. Sea $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en el punto $x = 1$.

(b) [1'5 puntos] Calcula $\int_1^{1.5} f(x) dx$

Ejercicio 3. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = (2 \ 1)$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

(a) [1'25 puntos] Halla, si existe, la matriz inversa de $AB + C$.

$$C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

(b) [1'25 puntos] Calcula, si existen, los números reales x e y que verifican:

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Sea la recta r de ecuación $(x - 1)/1 = (y + 2)/3 = (z - 3)/(-1)$ y el plano π de ecuación $x - y + z + 1 = 0$. Calcula el área del triángulo de vértices ABC , siendo A el punto de corte de la recta r y el plano π , B el punto $(2, 1, 2)$ de la recta r y C la proyección ortogonal del punto B Sobre el plano π .

modelo 6 de sobrantes de 2006 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se desea construir una lata de conserva en forma de cilindro circular recto que tenga una superficie total de 200 cm^2 . Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo.

Ejercicio 2. (a) [0'75 puntos] Haz un esbozo del recinto limitado por las curvas $y = 15/(1 + x^2)$ e $y = x^2 - 1$.

(b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x + y - z &= -4 \\ 3x + \lambda y + z &= \lambda - 1 \\ 2x + \lambda y &= -2 \end{aligned}$$

(a) [1'25 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .

(b) [1'25 puntos] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla las ecuaciones paramétricas de una recta sabiendo que corta a la recta r de ecuación $x = y = z$, es paralela al plano π de ecuación $3x + 2y - z = 4$ y pasa por el punto $A(1, 2, -1)$.

**Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 d) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Septiembre 07 - Opción A

$$f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x}}$$

Ejercicio 1. Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

- (a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que alcanzan).
 (b) [1 punto] Calcula el punto de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x-2|$.

- (a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 2$.
 (b) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .
 (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Sea I la matriz identidad de orden 2 y

- (a) [1'25 puntos] Encuentra los valores de m para los cuales se cumple que $(A - I)^2 = O$, donde O es la matriz nula de orden 2
 (b) [1'25 puntos] Para $m = 2$, halla la matriz X tal que $AX - 2A^T = O$, donde A^T denota la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 4. (a) [1'25 puntos] Halla los dos puntos que dividen al segmento de extremos $A(1,2,1)$ y $B(-1,0,3)$ en tres partes iguales.

- (b) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por su punto medio

Septiembre 07-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que su derivada viene dada por $f'(x) = x^2 + x - 6$ y que el valor que alcanza f en su punto máximo (relativo) es el triple del valor que alcanza en su punto mínimo (relativo).

Ejercicio 2. Sea $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+1)$. (\ln denota la función logaritmo neperiano).

- (a) [1 punto] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.
 (b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , la recta tangente obtenida en el apartado anterior y la recta $x = 1$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 4 \\ x - ay + z &= 1 \\ x + y + z &= a + 2 \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado.
 (b) [1 punto] Resuelve el sistema que se obtiene para $a = -2$.

Ejercicio 4. Considera los vectores $\mathbf{u} = (1,1,m)$, $\mathbf{v} = (0,m,-1)$ y $\mathbf{w} = (1,2m,0)$.

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de m para que los vectores \mathbf{u} , \mathbf{v} y \mathbf{w} sean linealmente dependientes.
 (b) [1'25 puntos] Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, expresa el vector \mathbf{w} como combinación lineal de los vectores \mathbf{u} y \mathbf{v} .

**Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 d) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 07 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

Ejercicio 2. Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante $f(x) = x^3 + 3x^2$ y $g(x) = x + 3$.

(a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de f y de g calculando sus puntos de corte.

(b) [1'25 puntos] Calcula el área de cada uno de los recintos limitados entre las gráficas de f y g .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Considera la matriz

(a) [1 punto] Determina la matriz $B = A^2 - 2A$

(b) [0'75 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz B tiene inversa.

(c) [0'75 puntos] Calcula B^{-1} para $\lambda = 1$

Ejercicio 4. Considera los planos de ecuaciones $x - y + z = 0$ y $x + y - z = 2$.

(a) [1 punto] Determina la recta que pasa por el punto $A(1,2,3)$ y no corta a ninguno de los planos dados.

(b) [1'5 puntos] Determina los puntos que equidistan de $A(1,2,3)$ y $B(2,1,0)$ y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.

Junio 07-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax + b$. Determina a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión es la recta $y = 2x + 3$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(1 + x^2)$, halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas. (\ln denota la función logaritmo neperiano).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. (a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de

(b) [1'5 puntos] Escribe en forma matricial el siguiente sistema y resuélvelo usando la matriz A^{-1} hallada en el apartado anterior.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ y + z = -2 \\ x + z = 3 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(0,3,-1)$ y $B(0,1,5)$.

(a) [1'25 puntos] Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC de vértices A , B y $C(x,4,3)$ tiene un ángulo recto en C .

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $(0,1,5)$ y $(3,4,3)$ y es paralelo a la recta

definida por las ecuaciones
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

**Examen modelo 3 de sobrantes de 2007****Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 3 de sobrantes de 2007 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 \ln(x)$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

(a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \sqrt{e}$

Ejercicio 2. Considera las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = e^{x-1} \text{ y } g(x) = e^{1-x}$$

(a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de f y de g y determina su punto de corte.

(b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por el eje OY y las gráficas de f y g .

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) [0'75 puntos] Determina los valores de α para los que la matriz A tiene inversa.

(b) [1'75 puntos] Para $\alpha = 1$, calcula A^{-1} y resuelve la ecuación matricial $AX = B$.

Ejercicio 4.- Sea "r" la recta definida por $\frac{x-2}{3} = \frac{y-k}{4} = \frac{z}{5}$ y "s" la recta definida por $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$

(a) [1'25 puntos] Halla k sabiendo que las rectas r y s se cortan en un punto.

(b) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s .

modelo 3 de sobrantes de 2007 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Tenemos que fabricar dos chapas cuadradas con dos materiales distintos. El precio de cada uno de estos materiales es 2 y 3 euros por centímetro cuadrado, respectivamente. Por otra parte, la suma de los perímetros de los dos cuadrados tiene que ser 1 metro. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo?

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x(x-3)^2$.

(a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

(b) [0'5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f .

(c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$x + y + z = 0$$

$$2x + \lambda y + z = 2$$

$$x + y + \lambda z = \lambda - 1$$

(a) [1'5 puntos] Determina el valor de λ para que el sistema sea incompatible.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $x + 2y + 3z - 1 = 0$ que corta perpendicularmente a

la recta definida por $\begin{cases} x = 2z + 4 \\ y = 2z + 3 \end{cases}$ en el punto $(2, 1, -1)$.

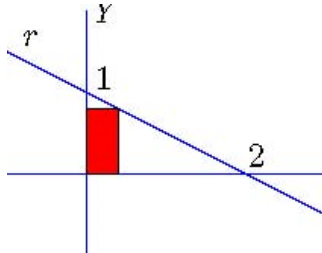


Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2007 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos de sus lados sobre los ejes coordenados y un vértice en la recta r de ecuación $x/2 + y = 1$ (ver figura), determina el que tiene mayor



Ejercicio 2. Sea $\int \frac{2}{2-e^x} dx$

- (a) [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t = e^x$.
 (b) [1'5 puntos] Calcula I

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Clasifica y resuelve el siguiente sistema según los valores de a ,

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ (a + 1)y + 2z &= y \\ x - 2y + (2 - a)z &= 2z \end{aligned}$$

$$\frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$$

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$ y el plano π de ecuación $2x - y + \beta z = 0$. Determina α y β en cada uno de los siguientes casos:

- (a) [1 punto] La recta r es perpendicular al plano π .
 (b) [1'5 puntos] La recta r está contenida en el plano π .

modelo 4 de sobrantes de 2007 - Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 e^{-x}$.

- (a) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
 (b) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x} & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ \frac{x^2 - \beta}{2} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Sea $f : (-2, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida mediante

- (a) [1'5 puntos] Determina α y β sabiendo que f es derivable.

(b) [1 punto] Calcula $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$

Ejercicio 3. Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} -\lambda x + y + (\lambda + 1)z &= \lambda + 2 \\ x + y + z &= 0 \\ (1 - \lambda)x - \lambda y &= 0 \end{aligned}$$

tiene más de una solución.

- (a) [1'5 puntos] Calcula, en dicho caso, el valor de la constante λ .
 (b) [1 punto] Halla todas las soluciones del sistema.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula la distancia del punto $P(1, -3, 7)$ a su punto simétrico respecto de la recta definida por

$$\begin{aligned} 3x - y - z - 2 &= 0 \\ x + y - z + 6 &= 0 \end{aligned}$$



Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2007 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x - 3)e^x$.

- (a) [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1'5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \alpha x & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

- (a) [1 punto] Determina el valor de α sabiendo que f es derivable.
- (b) [0'5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f .

(c) [1 punto] Calcula $\int_{-1}^{+1} f(x) dx$.

Ejercicio 3. (a) [1'5 puntos] Calcula el valor de m para el que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & m \end{pmatrix}$$

verifica la relación $2A^2 - A = I$ y determina A^{-1} para dicho valor de m .

(b) [1 punto] Si M es una matriz cuadrada que verifica la relación $2M^2 - M = I$, determina la expresión de M^{-1} en función de M y de I .

Ejercicio 4.- (a) [1'5 puntos] Encuentra la ecuación de la recta r que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a los planos π_1 de ecuación $x + y + z = 3\sqrt{3}$ y π_2 de ecuación $-x + y + z = 2$.

(b) [1 punto] Halla la distancia de la recta r al plano π_1 .

Modelo 5 de sobrantes de 2007 - Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida, para $x \neq 2$ y $x \neq -2$, por $f(x) = (x^2 + 3)/(x^2 - 4)$.

- (a) [1 punto] Determina las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Calcula

(a) [1 punto] $\int \frac{3x+4}{x^2+1} dx$

(b) [1'5 puntos] $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos(2x) dx$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para los valores de m que lo hacen compatible:

$$\begin{aligned} x + my &= m \\ mx + y &= m \\ mx + my &= 1 \end{aligned}$$

Ejercicio 4. Considera el punto $P(1, 0, -2)$ y la recta r definida por

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + y - 4z = 7 \end{cases}$$

- (a) [1'5 puntos] Determina la recta perpendicular a r que pasa por P .
- (b) [1 punto] Halla la distancia entre el punto P y su simétrico Q respecto de la recta r .

**Examen modelo 6 de sobrantes de 2007****Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2007 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f'(x) = x^2 - 1$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es la recta $y = 1$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\beta > 0$ para que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x^2 + 2\beta^2$ sea 72 (unidades de área).

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Sea A la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3.

- (a) [1'25 puntos] Calcula los valores de λ para los que el determinante de $A - 2I$ es cero.
 (b) [1'25 puntos] Calcula la matriz inversa de $A - 2I$ para $\lambda = -2$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + 2y - z - 6 = 0$ y el punto $P(1,0,-1)$.

- (a) [1'25 puntos] Calcula la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π .
 (b) [1'25 puntos] Encuentra el punto simétrico de P respecto del plano π .

modelo 6 de sobrantes de 2007 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de 500 m^3 . ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima?

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2$.

- (a) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
 (b) [1'75 puntos] Dibuja el recinto limitado por la gráfica de f , la recta tangente obtenida en el apartado anterior y el eje OX . Calcula su área.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$x + y + m z = 1$$

$$m y - z = -1$$

$$x + 2m y = 0$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de m .
 (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Considera el plano π de ecuación $2x + 2y - z - 6 = 0$ y la recta " r " definida por

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$$

- (a) [1'25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes de coordenadas.
 (b) [1'25 puntos] Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π .

**Examen modelo 1 de sobrantes de 2008****Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 1 de sobrantes de 2008 - Opción A

Ejercicio 1. Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + ax + b \text{ y } g(x) = ce^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1, 2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

- (a) [2 puntos] Calcula los valores de a , b y c .
 (b) [0'5 puntos] Halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Dadas las funciones $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ y } g(x) = \sqrt[3]{x}$$

calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x + \lambda y - z &= 0 \\ 2x + y + \lambda z &= 0 \\ x + 5y - \lambda z &= \lambda + 1 \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro λ .
 (b) [1 punto] Resuélvelo $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- Los puntos $A(-2, 3, 1)$, $B(2, -1, 3)$ y $C(0, 1, -2)$ son vértices consecutivos del paralelogramo ABCD.

- (a) [1 punto] Halla las coordenadas del vértice D.
 (b) [1 punto] Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC.
 (c) [0'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

modelo 1 de sobrantes de 2008 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Se sabe que f tiene un

máximo local en $x = 1$, que el punto $(0, 1)$ es un punto de inflexión de su gráfica y que $\int_0^1 f(x) dx = \frac{9}{4}$.
 Calcula a , b , c y d .

Ejercicio 2. Sea $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $g(x) = \ln x$ (\ln denota logaritmo neperiano).

- (a) [0'75 puntos] Justifica que la recta de ecuación $y = (1/e)x$ es la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = e$.
 (b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g , el eje de abscisas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz P que verifica $AP - B = C^T$ (C^T es la matriz traspuesta de C).

Ejercicio 4. Sea la recta r dada por

$$\begin{aligned} 2x + y - mz &= 2 \\ x - y - z &= -m \end{aligned}$$

y el plano π definido por $x + my - z = 1$

- (a) [1 punto] ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?
 (b) [1 punto] ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?
 (c) [0'5 puntos] ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m = 0$?



Instrucciones

- a) Duración: 1 hora Y 30 minutos
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contestas de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Septiembre 08 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- (a) [1'5 puntos] Halla a y b sabiendo que f es derivable en \mathbb{R} .
 (b) [1 punto] Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2. Dada la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$.

- (a) [1 punto] Esboza la gráfica de g.

(b) [1'5 puntos] Calcula $\int_0^2 g(x) dx$

Ejercicio 3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$$

- (a) [1'5 puntos] Discútelos según los valores del parámetro a.
 (b) [1 punto] Resuelve el caso $a = 2$.

Ejercicio 4. Sea la recta s dada por

$$\begin{cases} x - z = -1 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y contiene a la recta r, dada por $x - 1 = -y + 2 = z - 3$
 (b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2 , de ecuación $x + y = 3$, y deduce la distancia entre ambos.

Septiembre 08-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto (1, 2), encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.

Ejercicio 2. Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = 2x + 2$$

- (a) [0'5 puntos] Esboza las gráficas de f y g.
 (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3. Sabemos que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

Tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de a.
 (b) [1'25 puntos] Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 4. Considera los puntos A(1,1,0), B(1,1,2) y C(1,-1,1).

- (a) [1'5 puntos] Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.
 (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C.

**Instrucciones**

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 08 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea f la función definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$. Determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x^2 - x)(x - 1)}$

Ejercicio 3. Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros.

- (a) [1'25 puntos] ¿ Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?
 (b) [1'25 puntos] Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuantos billetes hay de cada t

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$$

Ejercicio 4. Dada la recta r definida por

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r .
 (b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a r .

Junio 08-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos de perímetro 8cm, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{-2x}$

- (a) [1 punto] Justifica que la recta de ecuación $y = -2ex$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1/2$.
 (b) [1'5 puntos] Calcula el área el recinto limitado por la gráfica e f , el eje de ordenadas y la recta tangente del apartado anterior.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Considera la matriz

- (a) [1 punto] Halla los valores del parámetro m para los que el rango de A es menor que 3

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (b) [1'5 puntos] Estudia si el sistema tiene solución para cada uno de los valores de m obtenidos en el apartado anterior.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Dado los puntos $A(2,1,1)$ y $B(0,0,1)$, halla los puntos C en el eje OX tales que el área del triángulo de vértices A , B y C es 2.



Examen modelo 4 de sobrantes de 2008

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 4 de sobrantes de 2008 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x + 1)/(e^x)$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

Ejercicio 2. Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x) = x^3 - 4x \text{ y } g(x) = 3x - 6$$

- (a) [0'75 puntos] Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g .
 (b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ ky + z = 0 \\ x + (k + 1)y + kz = k + 1 \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor del parámetro k para que sea incompatible.
 (b) [1'25 puntos] Halla el valor del parámetro k para que la solución del sistema tenga $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x = 0 \\ 3y + z = 3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} 2x - z = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

- (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s .
 (b) [1'5 puntos] Halla la ecuación general de un plano que contiene a s y es paralelo a r .

modelo 4 de sobrantes de 2008 - Opción B

Ejercicio 1. Sea la función $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- (a) [2 puntos] Determina a , b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado $[0, 4]$, derivable en el intervalo abierto $(0, 4)$ y que $f(0) = f(4)$.
 (b) [0'5 puntos] ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_0^1 x \cdot \ln(x+1) dx$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla los valores del parámetro m que hacen compatible el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -x + 2y - 2z = 2 \\ 2x + y + z = m \\ x + 3y - z = m^2 \end{cases}$$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sea la recta r definida por $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$ y sean los planos π_1 , de ecuación $x + y + z = 0$, y π_2 , de ecuación $y + z = 0$. Halla la recta contenida en el plano π_1 , que es paralela al plano π_2 y que corta a la recta r .



Examen modelo 5 de sobrantes de 2008

Germán Jesús Rubio Luna " g.j.rubio@telefonica.net " Catedrático de Matemáticas del IES Francisco Ayala de Granada

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Modelo 5 de sobrantes de 2008 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$.

- (a) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (b) [1'25 puntos] Calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones dadas por

$$f(x) = x^2 \text{ y } g(x) = a \text{ (con } a > 0)$$

Se sabe que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones f y g es $4/3$. Calcula el valor de la constante a .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y existe, el valor de k para el cual $(A - kI)^2$ es la matriz nula.

Ejercicio 4.- Se sabe que los planos de ecuaciones $x + 2y + bz = 1$, $2x + y + bz = 0$, $3x + 3y - 2z = 1$ se cortan en una recta r .

- (a) [1'25 puntos] Calcula el valor de b .
- (b) [1'25 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas de r .

Modelo 5 de sobrantes de 2008 - Opción B

$$f(x) = \begin{cases} x|x| & \text{si } x \leq 2 \\ 6 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

- (a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f .
- (c) [0'75 puntos] Calcula el área comprendida entre la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_1^e x^2 \ln(x) dx$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Dadas las matrices

- (a) [1 punto] Calcula, si existen, la matriz inversa de A y la de B .
- (b) [1'5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $AX + B = A + I$, donde I denota la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Dados los puntos $A(2, 1, -1)$ y $B(-2, 3, 1)$ y la recta " r " definida por las

ecuaciones $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x - 2z = -5 \end{cases}$, halla las coordenadas de un punto de la recta " r " que equidiste de los puntos A y B .



Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

modelo 6 de sobrantes de 2008 - Opción A

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (3x - 2x^2)e^x$.

- (a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (b) [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2. Considera las funciones $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos^3(x)} \text{ y } g(x) = x^3 \cdot \ln(x). \text{ [ln denota la función logaritmo neperiano].}$$

- (a) [1'25 puntos] Halla la primitiva de f que toma el valor 1 cuando $x = \pi/3$ (se puede hacer el cambio de variable $t = \cos x$).

- (b) [1'25 puntos] Calcula $\int g(x) dx$.

Ejercicio 3. (a) [1 punto] Determina razonadamente los valores del parámetro m para los que el siguiente sistema de ecuaciones tiene más de una solución:

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= mx \\ x + 2y + z &= my \\ x + 2y + 4z &= mz \end{aligned}$$

- (b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema anterior para el caso $m = 0$ y para el caso $m = 1$.

Ejercicio 4.- Se considera la recta r definida por $mx = y = z + 2$, ($m \neq 0$), y la recta s definida por $(x - 4)/4 = y - 1 = z/2$

- (a) [1'5 puntos] Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.
- (b) [1 punto] Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

modelo 6 de sobrantes de 2008 - Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Dada la función f definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = (e^x + 1) / (e^x - 1)$ determina las asíntotas de su gráfica.

Ejercicio 2. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = (1/4)x^3 - x^2 + x$.

- (a) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de g .
- (b) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 2$.
- (c) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g y el eje de abscisas.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 1 & 3 \\ 1 & 7 & k \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Dada la matriz

- (a) [1'25 puntos] Estudia el rango de A en función de los valores del parámetro k .
- (b) [1'25 puntos] Para $k = 0$, halla la matriz inversa de A .

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(2, 0, 1)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(2, 2, 1)$ y $D(3, 1, 0)$.

- (a) [1 punto] Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B , C y D .
- (b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto del plano π .

Modelo1_2009_Enunciados

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula los valores de a , b , c y d sabiendo que f verifica:

- El punto $(0, 1)$ es un punto de inflexión de la gráfica f
- f tiene un mínimo local en el punto de abscisa $x = 1$
- La recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene pendiente 1

Ejercicio 2.- Considerar las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$, $g(x) = 6 - x^2$.

a) [1 punto] Esboza el recinto limitado por sus gráficas

b) [1'5 puntos] Calcula el área de dicho recinto

Ejercicio 3.- Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A , B y C

- Pista 1: Si compramos una unidad de A , dos de B y una de C gastamos 118 euros
- Pista 2: Si compramos n unidades de A , $n+3$ de B y tres de C gastamos 390 euros

a) [1'5 puntos] ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles?

b) [1 punto] Sabiendo que $n = 4$ y que el producto C cuesta el triple que el producto A , calcula el precio de cada producto

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(1, -2, 1)$ y la recta r definida por las ecuaciones
$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y+z=7 \end{cases}$$

a) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A

b) [1'5 puntos] Calcula la distancia del punto A a la recta r

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se divide un segmento de longitud $L = 20$ cm. en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

Ejercicio 2.- La recta tangente a la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = mx^2 + nx - 3$ en el punto $(1, -6)$, es paralela a la recta $y = -x$

a) [1'25 puntos] Determina las constantes m y n . Halla la ecuación de dicha recta tangente

b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función, la recta tangente anterior y el eje de ordenadas

Ejercicio 3.- Sean A , B , C y X matrices que verifican $AXB = C$

a) [1 puntos] Si las matrices son cuadradas de orden 3, y se sabe que el determinante de A es 3, el de B es -1 y el de C es 6, calcula el determinante de las matrices X y $2X$

b) [1'5 puntos] Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ calcula la matriz X

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera la recta r definida por $\begin{cases} y=-1 \\ 2x-z=2 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=4+3\lambda \\ y=3-\lambda \\ z=5+4\lambda \end{cases}$

Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s



Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 09 - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula el siguiente límite (ln denota logaritmo neperiano),

$$\lim_{x \rightarrow 1} [1/\ln(x) - 2/(x^2 - 1)]$$

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 1|$.

- (a) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .
 (b) [0'75 puntos] Comprueba que la recta de ecuación $y = x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.
 (c) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la de dicha tangente.

Ejercicio 3. Sean F_1, F_2, F_3 , las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz B de orden 3, cuyo determinante vale -2. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- (a) [0'5 puntos] El determinante de B^{-1} .
 (b) [0'5 puntos] El determinante de $(B^t)^4$ (B^t es la matriz traspuesta de B).
 (c) [0'5 puntos] El determinante de $2B$.
 (d) [1 punto] El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $5F_1 - F_3, 3F_3, F_2$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Se considera la recta "r" definida por
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$$
 y la recta "s" definida por
$$\begin{cases} x = \mu \\ y = \mu - 1 \\ z = -1 \end{cases}$$
.
 Halla la ecuación de la recta perpendicular común a "r" y "s".

Junio 09-Opción B

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

- (a) [0'75 puntos] Estudia su continuidad y derivabilidad.
 (b) [1'25 puntos] Determina sus asíntotas y sus extremos relativos.
 (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Considera la curva de ecuación $y = x^3 - 3x$.

- (a) [0'5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa $x = -1$.
 (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la curva dada y la recta $y = 2$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30 % de las cajas.

Ejercicio 4. Considera la recta "r" definida por
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$$
 y la recta "s" que pasa por los puntos $A(2, 1, 0)$ y $B(1, 0, -1)$.

- (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de ambas rectas.
 (b) [1'5 puntos] Determina un punto C de la recta "r" tal que los segmentos CA y CB sean perpendiculares.

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se considera la función $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x} + x.$$

Determina la asíntota de la gráfica

Ejercicio 2.- La curva $y = \frac{1}{2}x^2$ divide el rectángulo de vértices $A = (0,0)$, $B = (2,0)$,

$C = (2,1)$ y $D = (0, 1)$ en dos recintos

- a) [0'75 puntos] Dibujar dichos recintos
- b) [1'75 puntos] Hallar el área de cada uno de ellos

Ejercicio 3.- a) [1'75 puntos] Discute según los valores λ el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + \lambda y = 0 \\ x + \lambda z = \lambda \\ x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 0$

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, 0)$, la recta r definida por $x - 3 = \frac{y}{2} = \frac{z + 1}{-2}$ y la

recta s definida por $(x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, 2, 0)$

- a) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de r y s
- b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm^2 , determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - 9x^4}}$.

Halla la primitiva F de f que cumple $F(0) = 3$. (Sugerencia: Utiliza el cambio de variable

$$t = \frac{3}{2}x^2)$$

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Determina la matriz X que verifica $AX - B^t = 2C$ (B^t es la matriz traspuesta de B)

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y la recta s definida por

$$\begin{cases} 2y + 1 = 0 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

- a) [1'5 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s
- b) [1'5 puntos] ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s ? Razona la respuesta.

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 \cdot |x+3|$.

- a) [1'5 puntos] Estudia la continuidad y derivabilidad de f
- b) [1'5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f . Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan)

Ejercicio 2.- Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1 + \ln x$, siendo \ln la función logaritmo neperiano

- a) [1 punto] Comprueba que la recta de ecuación $y = 1 + \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$
- b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisa y la recta tangente del apartado a)

Ejercicio 3.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

- a) [1 punto] Calcula, si existe, la matriz inversa de A
- b) [1'5 puntos] Calcula las matrices X e Y que satisfacen las ecuaciones matriciales $XA = A + 2B$ y $AY = A + 2B$

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, -2)$, la recta r definida por $\begin{cases} x-2y-1=0 \\ y+z-2=0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $2x+y+3z-1 = 0$

- a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a r y es perpendicular a π
- b) [1'25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P , corta a r y es paralela a π

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot (\ln x)^2}{(x-1)^2} & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x=1 \end{cases}$

- a) [1'25 puntos] Sabiendo que f es continua, calcula a
- b) [1'25 puntos] Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

Ejercicio 2.- Se consideran las funciones $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por: $f(x) = \sqrt{3x}$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

- a) [0'5 puntos] Haz un esbozo de sus gráficas
- b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+\lambda y+z=4 \\ x+3y+z=5 \\ \lambda x+y+z=4 \end{cases}$

- a) [1'75 puntos] Discútelos según los valores de parámetro λ
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo en el caso $\lambda=1$

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $3x - 2y - 2z = 7$ y la recta r definida por $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$

- a) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r
- b) [1'5 puntos] Halla la ecuación de plano ortogonal a π que contiene a r

Modelo5_09_Enunciados

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 + bx + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 - 5x + 2a & \text{si } x > 1 \end{cases}$, es derivable. Determina los valores de **a** y **b**

Ejercicio 2.- [1'25 puntos] a) Calcula $\int x \cdot \text{sen}(x) dx$

b) [1'25 puntos] Sean las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = -x^2 + 1$ y $g(x) = x - 1$. Calcula el área del recinto limitado por sus gráficas

Ejercicio 3.- [1'25 puntos] a) Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+z=2 \\ -x+y+2z=0 \\ -x+2y+5z=2 \end{cases}$

b) [1'25 puntos] Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el del

apartado a) $\begin{cases} x+y+z=1 \\ -x+y+3z=1 \\ x+2y+\lambda z=-3 \end{cases}$

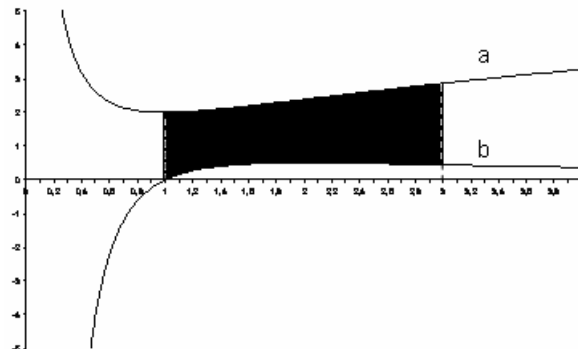
Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto **A(1, 1, -1)**, es paralela al plano de ecuación $x - y + z = 1$ y corta al eje **Z**

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, tiene extremos relativos en **(0, 0)** y **(2, 2)**. Calcula **a, b, c** y **d**.

Ejercicio 2.- Las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f(x): (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$f(x) = \frac{2}{x} + 2 \ln x$ y a la de su derivada $f'(x): (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ (ln denota logaritmo neperiano)



a) [0'5 puntos] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de **f** y cuál la de **f'**

b) [2 puntos] Calcula el área de la región sombreada

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) [1 punto] Calcula, si existe, A^{-1}

b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema $AX = 3X$ e interpreta geoméricamente el conjunto de sus soluciones

Ejercicio 4.- Sea la recta **r** definida por $\begin{cases} 3x+2y=0 \\ 3x+z=0 \end{cases}$

a) [1 punto] Determina la ecuación del plano perpendicular a **r** que pasa por el punto **P(1, 1, 1)**

b) [1'5 puntos] Halla los puntos de **r** cuya distancia al origen es de **4 unidades**

Modelo6_09 Enunciados

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + e^{-x}$.

- [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , así como los extremos relativos o locales de f
- [0'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y convexidad de f
- [0'75 puntos] Determina las asíntotas de la gráfica de f .
- [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 + |x|$ y $g(x) = 2$

- [1 punto] Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza dichas gráficas.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas

Ejercicio 3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A - kI$, donde k es una constante e I la matriz

identidad de orden 2

- [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que B no tiene inversa
- [0'5 puntos] Calcula B^{-1} para $k = -1$
- [1'25 puntos] Determina la constantes α y β para las que se cumple $A^2 + \alpha A = \beta I$

Ejercicio 4.- Sea la recta r definida por $\begin{cases} x-y=-2 \\ x-z=-3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

- [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s
- [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r

a) Se estudiará, primeramente, si son paralelas analizando si hay proporcionalidad entre sus vectores directores, de ser así veremos si tienen un punto común y si ello se cumple la recta será coincidente. En el caso de que no exista la proporcionalidad se estudiará si tienen un punto común y si no se cortan son rectas que se cruzan.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De todos los triángulos cuya base y altura suman **20 cm.**, ¿qué base tiene el de área máxima?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula un número positivo a , menor que **4**, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$ y las dos rectas de ecuaciones $y = 4$ y $y = a$, tenga un área de $\frac{28}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x+my+z=1 \\ mx+y-z=m \end{cases}$

- [1'5 puntos] Determina los valores de m para los que el sistema es compatible
- [1 punto] Resuelve el sistema en el caso $m = -1$

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r definida por $\begin{cases} x+y+2z=1 \\ x-2y-4z=1 \end{cases}$

- [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene r
- [1'25 puntos] Halla el punto de r que está más cerca de P



Instrucciones

- a) Duración: 1 hora Y 30 minutos
- b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
- d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 10 - Opción A

Ejercicio 1. Sea f la función definida como $f(x) = (ax^2 + b) / (a - x)$ para $x \neq a$.

(a) [1'5 puntos] Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto (2,3) y tenga una asíntota oblicua con pendiente - 4.

(b) [1 punto] Para el caso de a = 2, b = 3, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula $\int_0^{\pi} \text{sen}(\sqrt{x})dx$

Sugerencia: Efectúa el cambio $\sqrt{x} = t$.

Ejercicio 3. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

(a) [0'5 puntos] Indica los valores de m para los que A es invertible.

(b) [2 puntos] Resuelve la ecuación $XA - B^t = C$ para $m = 0$. (B^t es la matriz traspuesta de B)

Ejercicio 4. Considera las rectas "r" y "s" de ecuaciones

$$x - 1 = y = 1 - z \quad \text{y} \quad \begin{cases} x - 2y = -1 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

(a) [0'75 puntos] Determina su punto de corte.

(b) [1 punto] Halla el ángulo que forma "r" y "s".

(c) [0'75 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a "r" y "s".

Junio 10-Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} [(e^x - e^{\text{sen } x}) / (x^2)]$

Ejercicio 2. Considera la función f dada por $f(x) = 5 - x$ y la función g definida como $g(x) = 4/x$ para $x \neq 0$.

(a) [1 punto] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g indicando sus puntos de corte.

(b) [1'5 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3. Sea el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \lambda x + y + z &= \lambda + 2 \\ 2x - \lambda y + z &= 2 \\ x - y + \lambda z &= \lambda \end{aligned}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores de λ . ¿Tiene siempre solución?

(b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema para $\lambda = -1$.

Ejercicio 4. Los puntos P(2,0,0) y Q(-1,12,4) son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice S

pertenece a la recta "r" de ecuación $\begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$.

(a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto S sabiendo que "r" es perpendicular a la recta que pasa por P y S.

(b) [1 punto] Comprueba si el triángulo es rectángulo.



Examen de Junio 2010 (Colisiones)

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Junio 10 (Colisiones) - Opción A

Ejercicio 1.

[2'5 puntos] La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 90 cm. Si se hace girar alrededor de uno de sus catetos, el triángulo engendra un cono. ¿Qué medidas han de tener los catetos del triángulo para que el volumen del cono engendrado sea máximo? (Recuerda que el volumen del cono es $V = (1/3)\pi r^2 h$).

Ejercicio 2. Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2 - x^2$, $g(x) = |x|$.

- (a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- (a) [1'25 puntos] Comprueba que se verifica $2A - A^2 = I$.
(b) [1'25 puntos] Calcula A^{-1} . (Sugerencia: Puedes utilizar la igualdad del apartado (a)).

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de intersección del plano $6x + 3y + 2z = 6$ con los ejes coordenados.

Junio 10 (Colisiones) - Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida como $f(x) = x^3/(x^2 - 1)$ para $x \neq -1$ y $x \neq 1$.

- (a) [1 punto] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
(c) [0'5 puntos] Con los datos obtenidos esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Dada la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln x$, donde \ln la función logaritmo neperiano, se pide:

- a) [0'75 puntos] Comprueba que la recta de ecuación $y = -ex + 1 + e^2$ es la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.
b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta normal del apartado (a).

Ejercicio 3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}(m + 2)x - y - z &= 1 \\ -x - y + z &= -1 \\ x + my - z &= m\end{aligned}$$

- (a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores de m .
(b) [1 punto] Resuelve para el caso $m = 1$.

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(-1, 2, 0)$, $C(2, 1, 2)$ y $D(t, -2, 2)$

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de t para que A , B , C y D estén en el mismo plano.
(b) [1'25 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B que contenga al punto C .



Examen de Septiembre 2010 (Ordinario)

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora Y 30 minutos
 b) Debes **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 c) Contesta de forma razonada, escribe ordenadamente y con letra clara.
 d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Septiembre 10 (Ordinario) - Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de ser de 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Ejercicio 2. Sea $I = \int [5/(1 + \sqrt{e^{-x}})] dx$

- (a) [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.
 (b) [1'5 puntos] Determina I.

Ejercicio 3. (a) [1'75 puntos] Discute, según los valores del parámetro λ , el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} -x + \lambda y + z &= \lambda \\ \lambda x + 2y + (\lambda + 2)z &= 4 \\ x + 3y + 2z &= 6 - \lambda \end{aligned}$$

- (b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta "r" $\equiv \begin{cases} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{cases}$ y contiene a la recta "s" definida por $\begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

Septiembre 10 (Ordinario)-Opción B

Ejercicio 1. Considera la función $f: [0,4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$

- (a) [1'75 puntos] Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a, b y c.
 (b) [0'75 puntos] Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$.

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
 (b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.
 Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$

Ejercicio 4.

Considera los planos π_1 , π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones:

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad y \quad x + (1+a)y + az = a + 1$$

- (a) [1'5 puntos] ¿Cuánto ha de valer "a" para que no tengan ningún punto en común?
 (a) [1 punto] Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.